Derivaatan kertausta

Kappale liikkuu suoraviivaisella radalla. Sen paikan (metreissä) ajan hetkellä x (sekunneissa) ilmoittaa funktio
$f(x) = 5x^2 + 4x + 2$

a) Määritä funktion $f(x)$ derivaattafunktio $f'(x)$.

b) Laske $f'(2\frac{1}{2})$. Mikä on tämän fysikaalinen ja graafinen tulkinta?

c) Laske myös $f''(x)$ eli siis funktion $f(x)$ toinen derivaatta. Mikä tämän fysikaalinen tulkinta on?

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$ derivaattafunktio on

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$ derivaattafunktio on
$f'(x) = 10x + 4$

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$ derivaattafunktio on
$f'(x) = 10x + 4$
b) $f'(2\frac{1}{2}) =$

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$ derivaattafunktio on
$f'(x) = 10x + 4$

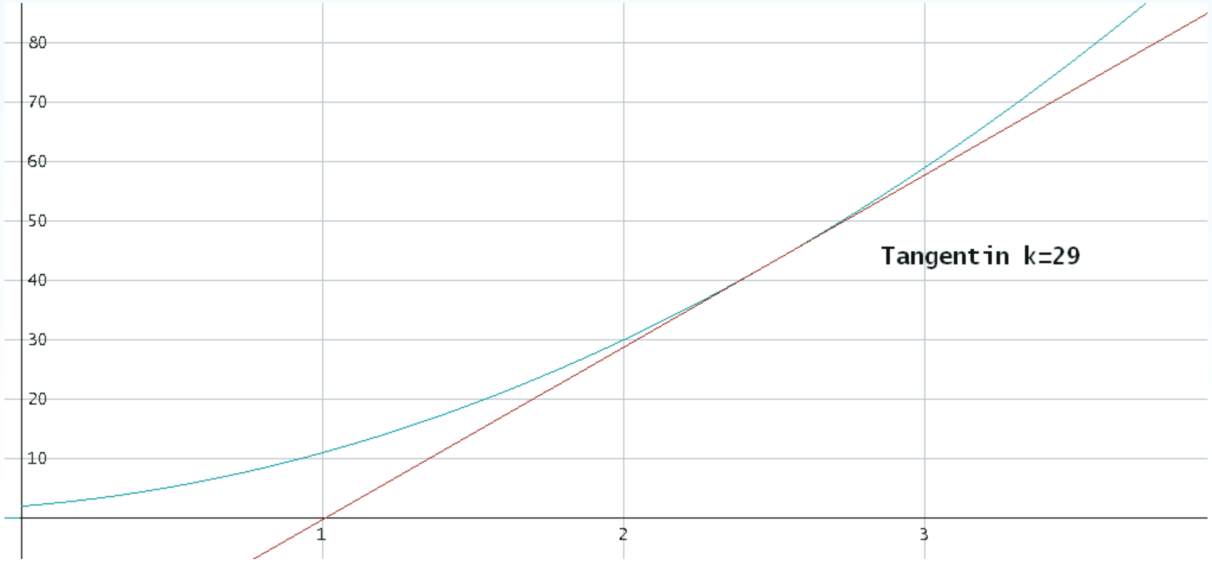
b) $f'(2\frac{1}{2}) = 10 \cdot 2\frac{1}{2} + 4 = 29$

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$ derivaattafunktio on
$f'(x) = 10x + 4$
b) $f'(2\frac{1}{2}) = 10 \cdot 2\frac{1}{2} + 4 = 29$
Derivaatta kohdassa $x = 2\frac{1}{2}$ merkitsee funktion f muutosnopeutta tässä kohdassa eli fysikaalisesti kappaleen nopeus $2\frac{1}{2}$ sekunnin kohdalla on 29 m/s.

Ratkaisu

a) Funktion $f(x) = 5x^2 + 4x + 2$ derivaattafunktio on
$f'(x) = 10x + 4$
b) $f'(2\frac{1}{2}) = 10 \cdot 2\frac{1}{2} + 4 = 29$
Derivaatta kohdassa $x = 2\frac{1}{2}$ merkitsee funktion f muutosnopeutta tässä kohdassa eli fysikaalisesti kappaleen nopeus $2\frac{1}{2}$ sekunnin kohdalla on 29 m/s.
Graafisesti derivaatta kohdassa $x = 2\frac{1}{2}$ on funktion $f(x)$ kuvaajan kohtaan $x = 2\frac{1}{2}$ piirretyn tangentin kulmakerroin



Ratkaisu jatkuu

c) Koska $f'(x) = 10x + 4$, niin

Ratkaisu jatkuu

c) Koska $f^{'}(x) = 10x + 4$, niin $f^{''}(x) = 10$.

Ratkaisu jatkuu

c) Koska $f^{'}(x) = 10x + 4$, niin $f^{''}(x) = 10$.
Täten toinen derivaatta on x:n arvosta riippumatta vakio. Se ilmoittaa, että kappaleen nopeus muuttuu tasaisesti eli kappaleella on vakiokiihtyvyys $10\frac{m}{s^2}$.

Derivointiharjoituksia

$$D(cos x + 2ln x + 3e^x) =$$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

$$D(x \cdot sinx)$$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

$$\boxed{D(x \cdot sinx)}$$

Tulon derivointisääntö: $D(fg) = fDg + gDf$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

$$\boxed{D(x \cdot sinx)} = xcosx + 1 \cdot sinx$$

Tulon derivointisääntö: $D(fg) = fDg + gDf$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

$$\boxed{D(x \cdot sinx)} = xcosx + 1 \cdot sinx$$

Tulon derivointisääntö: $D(fg) = fDg + gDf$

$$D(\frac{2x^3}{x^2+1})$$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

$$\boxed{D(x \cdot sinx)} = xcosx + 1 \cdot sinx$$

Tulon derivointisääntö: $D(fg) = fDg + gDf$

$$\boxed{D(\frac{2x^3}{x^2+1})}$$

Osamäärän derivointisääntö: $D(\frac{f}{g}) = \frac{gDf - fDg}{g^2}$

Derivointiharjoituksia

$$D(cosx + 2lnx + 3e^x) = -sinx + 2 \cdot \frac{1}{x} + 3e^x$$

$$\boxed{D(x \cdot sinx)} = xcosx + 1 \cdot sinx$$

Tulon derivointisääntö: $D(fg) = fDg + gDf$

$$\boxed{D(\frac{2x^3}{x^2+1})} = \frac{(x^2+1) \cdot 6x^2 - 2x^3 \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

Osamäärän derivointisääntö: $D(\frac{f}{g}) = \frac{gDf - fDg}{g^2}$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right)$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) = D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g^{'}(f(x))f^{'}(x)$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g^{'}(f(x))f^{'}(x)$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g^{'}(f(x))f^{'}(x)$

$$Dln(x^4+2) =$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g^{'}(f(x))f^{'}(x)$

$$Dln(x^4+2) = \frac{1}{x^4+2} \cdot 4x^3$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$

$$Dln(x^4+2) = \frac{1}{x^4+2} \cdot 4x^3$$

$$De^{2x} =$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$

$$Dln(x^4+2) = \frac{1}{x^4+2} \cdot 4x^3$$

$$De^{2x} = e^{2x} \cdot 2$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g'(f(x))f'(x)$

$$Dln(x^4+2) = \frac{1}{x^4+2} \cdot 4x^3$$

$$De^{2x} = e^{2x} \cdot 2$$

$$Dsin5x =$$

Derivointiharjoituksia

$$D\left(\sqrt{x^2+1}\right) \boxed{= D\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

Yhdistetyn funktion derivointisääntö: $Dg(f(x)) = g^{'}(f(x))f^{'}(x)$

$$Dln(x^4+2) = \frac{1}{x^4+2} \cdot 4x^3$$

$$De^{2x} = e^{2x} \cdot 2$$

$$Dsin5x = 5cos5x$$