

Lauselogiikka

Propositiot ja loogiset konnektiivit

Hannu Lehto



Propositio

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Sisältö

- **Propositio**
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suorituserjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

★ lauselogiikan kielellä:

$p = \text{sunnuntai}$

$q = \text{sataa}$

$\neg p \wedge q.$

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

★ lauselogiikan kielellä:

$p = \text{sunnuntai}$

$q = \text{sataa}$

$\neg p \wedge q.$

★ predikaattilogiikan kielellä: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0.$

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

★ lauselogiikan kielellä:

$p = \text{sunnuntai}$

$q = \text{sataa}$

$\neg p \wedge q.$

★ predikaattilogiikan kielellä: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0.$

Ovatko seuraavat ilmaisut propositioita?

”Toivottavasti sataa.”

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

★ lauselogiikan kielellä:

$p = \text{sunnuntai}$

$q = \text{sataa}$

$\neg p \wedge q.$

★ predikaattilogiikan kielellä: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0.$

Ovatko seuraavat ilmaisut propositioita?

”Toivottavasti sataa.”

”Nyt valehtelen.”

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

★ lauselogiikan kielellä:

$p = \text{sunnuntai}$

$q = \text{sataa}$

$\neg p \wedge q.$

★ predikaattilogiikan kielellä: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0.$

Ovatko seuraavat ilmaisut propositioita?

”Toivottavasti sataa.”

”Nyt valehtelen.”

” $x+1=3$ ”

Propositio

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen.

Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: ”Tänään on sunnuntai.”

★ lauselogiikan kielellä:

$$p = \text{sunnuntai}$$

$$q = \text{sataa}$$

$$\neg p \wedge q.$$

★ predikaattilogiikan kielellä: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0.$

Ovatko seuraavat ilmaisut propositioita?

”Toivottavasti sataa.”

”Nyt valehtelen.”

” $x+1=3$ ”

”Maan ulkopuolella on älyllistä elämää.”

Loogiset konnektiivit

Propositiologiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveilla. Oletetaan, että p ja q ovat propositioita.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Loogiset konnektiivit

Propositiologiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveillä. Oletetaan, että p ja q ovat propositioita.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Negaatio ("ei")

p	$\neg p$
0	1
1	0

Loogiset konnektiivit

Propositiologiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveillä. Oletetaan, että p ja q ovat propositioita.

Sisältö

- Propositio
- **Loogiset konnektiivit**
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Negaatio ("ei")

p	$\neg p$
0	1
1	0

Konjunktio ("ja")

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Loogiset konnektiivit

Propositiologiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveillä. Oletetaan, että p ja q ovat propositioita.

Sisältö

- Propositio
- **Loogiset konnektiivit**
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Negaatio ("ei")

p	$\neg p$
0	1
1	0

Konjunktio ("ja")

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disjunktio ("tai")

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Loogiset konnektiivit

Propositiologiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveillä. Oletetaan, että p ja q ovat propositioita.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Negaatio ("ei")

p	$\neg p$
0	1
1	0

Konjunktio ("ja")

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disjunktio ("tai")

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Implikaatio ("jos... niin")

p	q	$p \Rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Loogiset konnektiivit

Propositiologiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveillä. Oletetaan, että p ja q ovat propositioita.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Negaatio ("ei")

p	$\neg p$
0	1
1	0

Konjunktio ("ja")

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Disjunktio ("tai")

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Implikaatio ("jos...niin")

p	q	$p \Rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Ekvivalenssi ("joss^a...niin")

p	q	$p \Leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

^ajoss = jos ja vain jos

Konnektiivien suoritusjärjestys

1. negaatiot

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Konnektiivien suoritusjärjestys

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

1. negaatiot

2. konjunktiot ja disjunktiot

Konnektiivien suoritusjärjestys

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- **Konnektiivien suoritusjärjestys**
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

1. negaatiot
2. konjunktiot ja disjunktiot
3. implikaatiot ja ekvivalenssit

Esimerkki

Tee yhdistetyn lauseen

$$(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$$

totuustaulu.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- **Esimerkki**
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Sovellus: loogiset piirit

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Sovellus: loogiset piirit

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia. Jokainen looginen piiri toteuttaa jonkin Boolean funktion:

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Sovellus: loogiset piirit

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia. Jokainen looginen piiri toteuttaa jonkin Boolean funktion:

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Boolean funktion syöteinä on siis nollia ja ykkösiä, tulosteena joko 0 tai 1. Jokainen Boolean funktio voidaan toteuttaa ei-, ja- sekä tai-veräjillä.

Sovellus: loogiset piirit

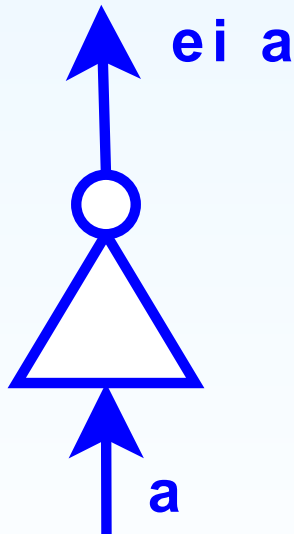
Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia. Jokainen looginen piiri toteuttaa jonkin Boolean funktion:

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Boolean funktion syötteinä on siis nollia ja ykkösiä, tulosteena joko 0 tai 1. Jokainen Boolean funktio voidaan toteuttaa ei-, ja- sekä tai-veräjillä.



Sovellus: loogiset piirit

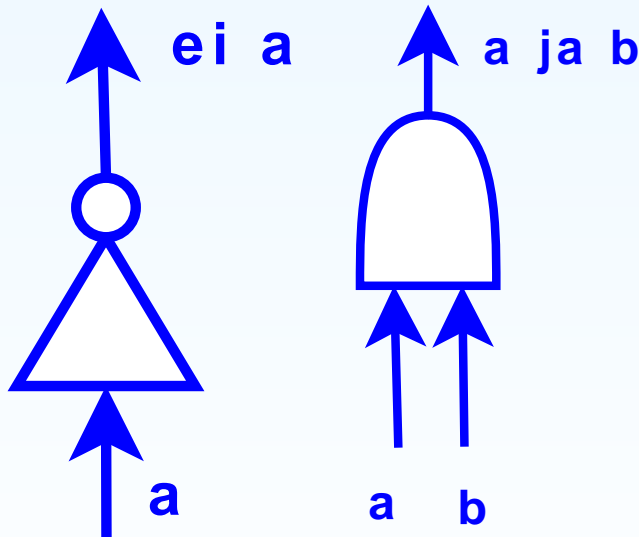
Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia. Jokainen looginen piiri toteuttaa jonkin Boolean funktion:

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Boolean funktion syötteinä on siis nollia ja ykkösiä, tulosteena joko 0 tai 1. Jokainen Boolean funktio voidaan toteuttaa ei-, ja- sekä tai-veräjillä.



Sovellus: loogiset piirit

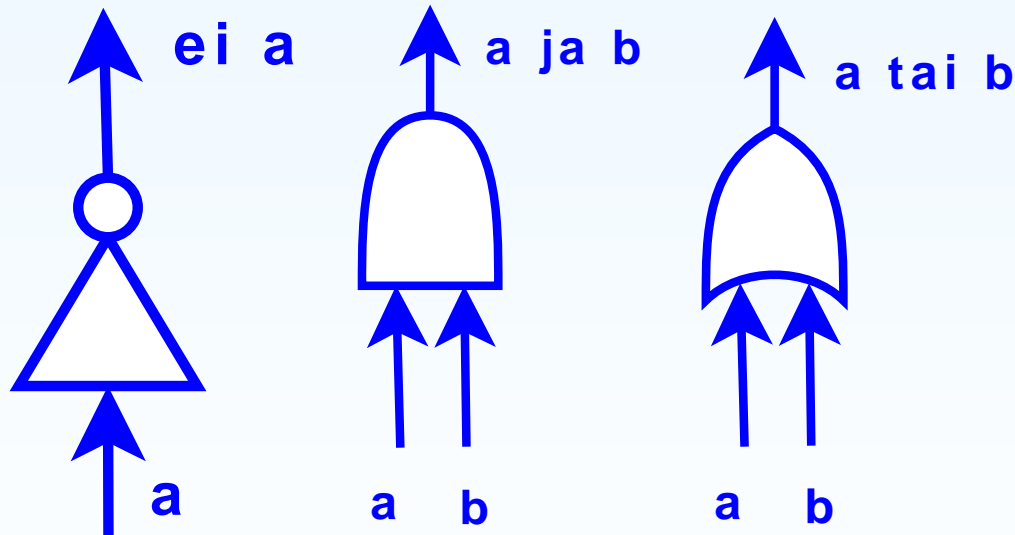
Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: puolisummain

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia. Jokainen looginen piiri toteuttaa jonkin Boolean funktion:

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

Boolean funktion syötteinä on siis nollia ja ykkösiä, tulosteena joko 0 tai 1. Jokainen Boolean funktio voidaan toteuttaa ei-, ja- sekä tai-veräjillä.

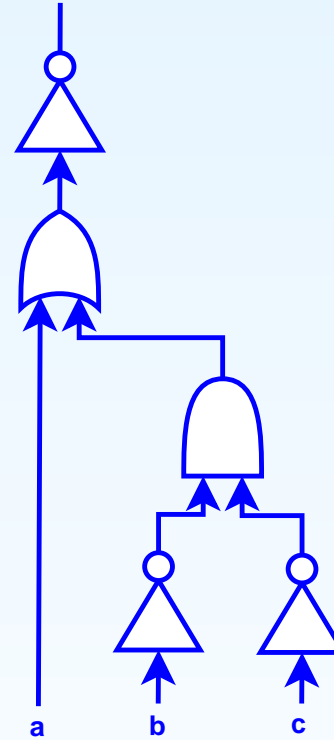
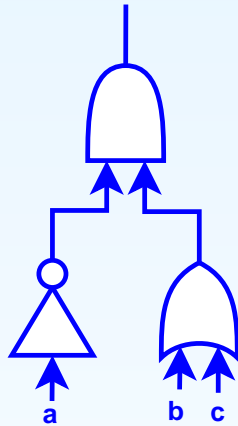


Sovellus: loogiset piirit

Esitä seuraavat loogiset piirit lauselogiikalla.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: puolisummain

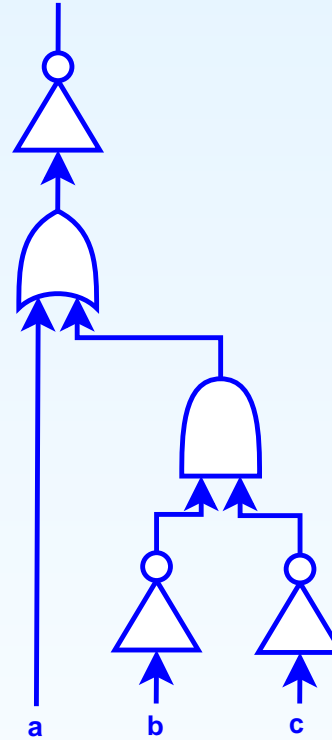
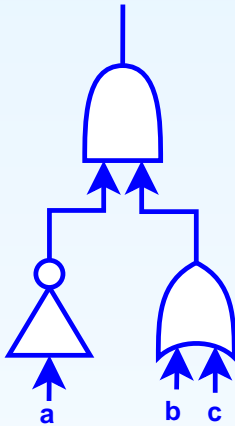


Sovellus: loogiset piirit

Esitä seuraavat loogiset piirit lauselogiikalla.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: puolisummain



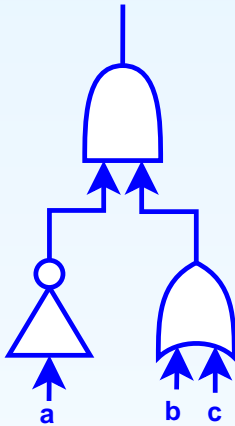
$$\neg a \wedge (b \vee c)$$

Sovellus: loogiset piirit

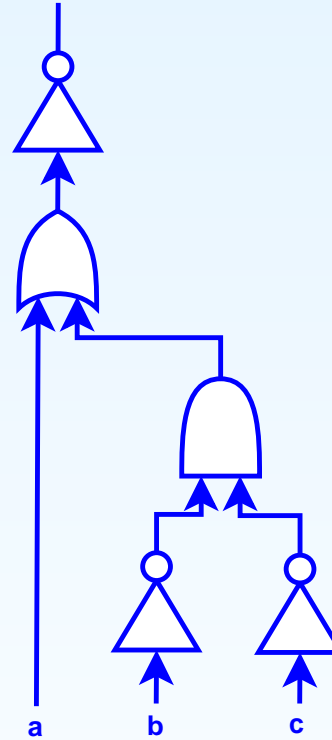
Esitä seuraavat loogiset piirit lauselogiikalla.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: loogiset piirit**
- Sovellus: puolisummain



$$\neg a \wedge (b \vee c)$$



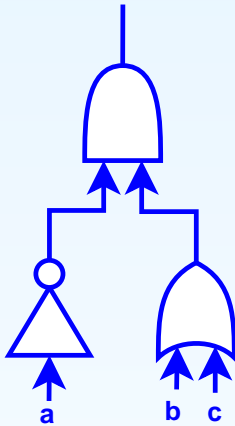
$$\neg (a \vee (\neg b \wedge \neg c))$$

Sovellus: loogiset piirit

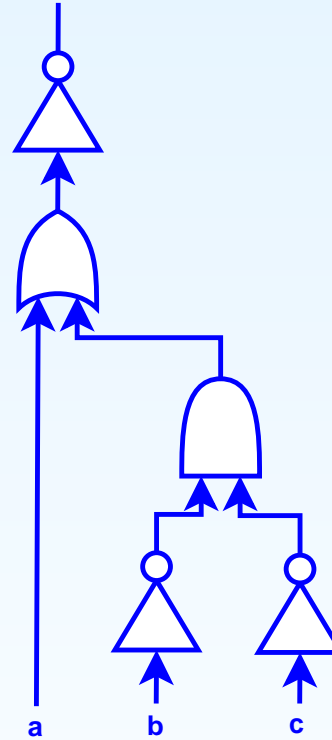
Esitä seuraavat loogiset piirit lauselogiikalla.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**



$$\neg a \wedge (b \vee c)$$



$$\neg (a \vee (\neg b \wedge \neg c))$$

Tutki ovat loogiset piirit samat, ts. toteuttavatko ne saman Boolean funktion.

Sovellus: puolisummain

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Sovellus: puolisummain

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainimen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1		
1	0		
1	1		

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0		
1	1		

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1		

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Esitetään piirin kuvaus lauselogiikalla.

$$m =$$

$$s =$$

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Esitetään piirin kuvaus lauselogiikalla.

$$m = a \wedge b$$

$$s =$$

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- **Sovellus: puolisummain**

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Esitetään piirin kuvaus lauselogiikalla.

$$m = a \wedge b$$

$$s = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$$

Sovellus: puolisummain

Sisältö

- Propositio
- Loogiset konnektiivit
- Konnektiivien suoritusjärjestys
- Esimerkki
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: loogiset piirit
- Sovellus: puolisummain

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

Puolisummainen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Esitetään piirin kuvaus lauselogiikalla.

$$m = a \wedge b$$

$$s = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$$

