

Propositiot ja loogiset konnektiivit

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Propositio	2
Loogiset konnektiivit	3
Konnektiivien suoritusjärjestys	4
Esimerkki	5
Sovellus: loogiset piirit	6
Sovellus: loogiset piirit	7
Sovellus: puolisummain	8

Propositio

Propositio eli **suljettu lause** on ilmaisu, joka sisältää toden (totuusarvo on 1) tai epätoden (totuusarvo on 0) väitteen. Propositio voidaan esittää:

★ luonnollisella kielellä: "Tänään on sunnuntai."

★ lauselogiikan kielellä:

p = sunnuntai

q = sataa

$\neg p \wedge q$.

★ predikaattilogiikan kielellä: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$.

Ovatko seuraavat ilmaisut proposiitioita?

"Toivottavasti sataa."

"Nyt valehtelen."

" $x+1=3$ "

"Maan ulkopuolella on älyllistä elämää."

2 / 8

Loogiset konnektiivit

Propositilogiikan lauseita voidaan yhdistellä loogisilla konnektiiveilla. Oletetaan, että p ja q ovat proposiitioita.

Negaatio ("ei")		Konjunktio ("ja")			Disjunktio ("tai")			Implikaatio("jos. . . niin")		
p	$\neg p$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \Rightarrow q$
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Ekvivalenssi("joss^a . . . niin")

p	q	$p \Leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3 / 8

^ajoss = jos ja vain jos

Konnektiivien suoritusjärjestys

1. negaatiot
2. konjunktiot ja disjunktiot
3. implikaatiot ja ekvivalenssit

4 / 8

Esimerkki

Tee yhdistetyn lauseen

$$(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$$

totuustaulu.

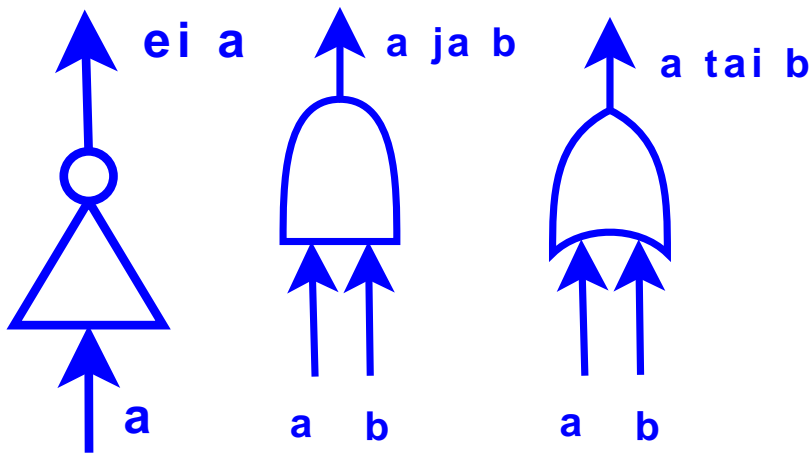
5 / 8

Sovellus: loogiset piirit

Loogiset piirit ovat tietokoneen perusosia. Jokainen looginen piiri toteuttaa jonkin Boolean funktion:

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

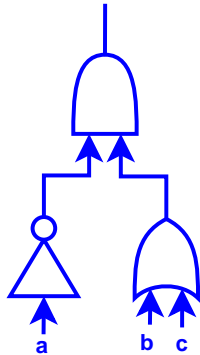
Boolean funktion syötteinä on siis nollia ja ykkösiä, tulosteena joko 0 tai 1. Jokainen Boolean funktio voidaan toteuttaa ei-, ja- sekä tai-veräjillä.



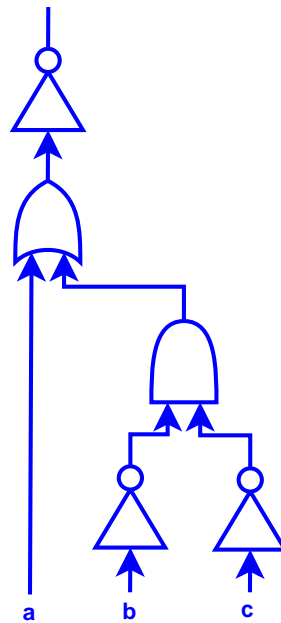
6 / 8

Sovellus: loogiset piirit

Esitä seuraavat loogiset piirit lauselogiikalla.



$$\neg a \wedge (b \vee c)$$



$$\neg (a \vee (\neg b \wedge \neg c))$$

Tutki ovatko loogiset piirit samat, ts. toteuttavatko ne saman Boolean funktion.

7 / 8

Sovellus: puolisummain

Toteutetaan looginen piiri *puolisummain(PS)*, joka laskee kahden bitin (0 tai 1) summan.

Piirin syötteinä ovat bitit a ja b , sekä tulosteina bittien a ja b summa s sekä muistinumero m .

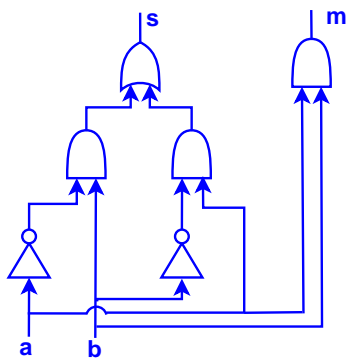
Puolisummainimen toiminta voidaan esittää taulukon avulla.

a	b	s	m
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Esitetään piirin kuvaus lauselogiikalla.

$$m = a \wedge b$$

$$s = (\neg a \wedge b) \vee (a \wedge \neg b)$$



8 / 8