

Päätely

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Premissit ja johtopäätös

- **Premissit ja johtopäätös**

- Päättelysääntö
modus ponens

- Päättelysääntö
reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Premissit ja johtopäätös

- **Premissit ja johtopäätös**

- Päättelysääntö
modus ponens

- Päättelysääntö
reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Premissit ja johtopäätös

- **Premissit ja johtopäätös**

- Päättelysääntö
modus ponens

- Päättelysääntö
reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Premissit ja johtopäätös

- **Premissit ja johtopäätös**

- Päättelysääntö
modus ponens

- Päättelysääntö
reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Premissit ja johtopäätös

- Premissit ja johtopäätös

- Päättelysääntö modus ponens

- Päättelysääntö reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Lauseet 1 ja 2 ovat *premissenä* eli oletuksia, lause 3 on *johtopäätös*. Päättely on pätevä, se säilyttää totuuden: jos oletukset ovat tosia, niin myös johtopäätös on tosi.

Premissit ja johtopäätös

- Premissit ja johtopäätös

- Päätelysääntö modus ponens

- Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Lauseet 1 ja 2 ovat *premissenä* eli oletuksia, lause 3 on *johtopäätös*. Päättely on pätevä, se säilyttää totuuden: jos oletukset ovat tosia, niin myös johtopäätös on tosi.

1. Kaikki autot ruostuvat.

Premissit ja johtopäätös

- Premissit ja johtopäätös

- Päätelysääntö modus ponens

- Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Lauseet 1 ja 2 ovat *premissenä* eli oletuksia, lause 3 on *johtopäätös*. Päättely on pätevä, se säilyttää totuuden: jos oletukset ovat tosia, niin myös johtopäätös on tosi.

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Fiat ruostuu.

Premissit ja johtopäätös

- Premissit ja johtopäätös

- Päätelysääntö modus ponens

- Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Lauseet 1 ja 2 ovat *premissenä* eli oletuksia, lause 3 on *johtopäätös*. Päättely on pätevä, se säilyttää totuuden: jos oletukset ovat tosia, niin myös johtopäätös on tosi.

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Fiat ruostuu.
3. Siis Fiat on auto.

Premissit ja johtopäätös

- Premissit ja johtopäätös

- Päätelysääntö modus ponens

- Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Esimerkkejä

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Lauseet 1 ja 2 ovat *premissenä* eli oletuksia, lause 3 on *johtopäätös*. Päättely on pätevä, se säilyttää totuuden: jos oletukset ovat tosia, niin myös johtopäätös on tosi.

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Fiat ruostuu.
3. Siis Fiat on auto.

Päättely ei ole pätevä; se voidaan kumota *vastaesimerkillä*: on olemassa myös Fiat-merkkisiä traktoreita.

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

1. p on tosi.

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos p on tosi, niin q on tosi.

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos p on tosi, niin q on tosi.
3. Siis q on tosi.

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos p on tosi, niin q on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow q \\ \hline q \end{array}$$

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö *modus ponens*
- Päätelysääntö *reductio ad absurdum*
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos p on tosi, niin q on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow q \\ \hline q \end{array}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *suoraksi todistukseksi*.

Päätelysääntö modus ponens

- Premissit ja johtopäätös
- **Päätelysääntö modus ponens**
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *modus ponens -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos p on tosi, niin q on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ p \Rightarrow q \\ \hline q \end{array}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *suoraksi todistukseksi*.

Esimerkki 1. Osoita, että kolmen peräkkäisen luonnollisen luvun tulo on jaollinen kuudella.

Esimerkki 2. Todista oikeaksi tai vääräksi: Kahden eri suuren irrationaaliluvun erotus on irrationaaliluku.

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum -päätelysäännön*:

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum -päätelysäännön*:

1. p on tosi.

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.
3. Siis q on tosi.

Päätelysääntö *reductio ad absurdum*

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö *reductio ad absurdum***
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum* -päätelysäännön:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Päätelysääntö *reductio ad absurdum*

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö *reductio ad absurdum***
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum* -päätelysäännön:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *epäsuoraksi todistukseksi*.

Esimerkki 1.

Päätelysääntö *reductio ad absurdum*

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö *reductio ad absurdum***
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum* -päätelysäännön:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *epäsuoraksi todistukseksi*.

Esimerkki 1.

1. Olen väsynyt.

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *epäsuoraksi todistukseksi*.

Esimerkki 1.

1. Olen väsynyt.
2. Jos ei ole aamu, niin en ole väsynyt.

Päätelysääntö reductio ad absurdum

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- **Päätelysääntö reductio ad absurdum**
- Esimerkkejä

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)

Se sisältää *reductio ad absurdum -päätelysäännön*:

1. p on tosi.
2. Jos $\neg q$ on tosi, niin $\neg p$ on tosi.
3. Siis q on tosi.

$$\begin{array}{l} p \\ \neg q \Rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *epäsuoraksi todistukseksi*.

Esimerkki 1.

1. Olen väsynyt.
2. Jos ei ole aamu, niin en ole väsynyt.
3. On aamu!

Esimerkkejä

- Premissit ja johtopäätös
- Päätelysääntö modus ponens
- Päätelysääntö reductio ad absurdum
- **Esimerkkejä**

Esimerkki 1. Luku $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, ts. a on irrationaalinen. Osoita, että luku $\frac{a+1}{a-4}$ on myös irrationaaliluku.