Päättely

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Premissit ja johtopäätös

Tarkastellaan seuraavaa päättelyä:

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Lada on auto.
3. Siis Lada ruostuu.

Lauseet 1 ja 2 ovat *premissejä* eli oletuksia, lause 3 on *johtopäätös*. Päättely on pätevä, se säilyttää totuuden: jos oletukset ovat tosia, niin myös johtopäätös on tosi.

1. Kaikki autot ruostuvat.
2. Fiat ruostuu.
3. Siis Fiat on auto.

Päättely ei ole pätevä; se voidaan kumota *vastaesimerkillä*: on olemassa myös Fiat-merkkisiä traktoreita.

Päättelysääntö modus ponens

Lause $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)
Se sisältää *modus ponens -päättelysäännön*:

1. *p* on tosi.
2. Jos *p* on tosi, niin *q* on tosi.
3. Siis *q* on tosi.

$$\boxed{\begin{array}{l} p \\ p \quad \Rightarrow \quad q \\ \hline q \end{array}}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *suoraksi todistukseksi*.

Esimerkki 1. Osoita, että kolmen peräkkäisen luonnollisen luvun tulo on jaollinen kuudella.

Esimerkki 2. Todista oikeaksi tai vääräksi: Kahden eri suuren irrationaaliluvun erotus on irrationaaliluku.

Päättelysääntö reductio ad absurdum

Lause $p \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow q$ on tautologia. (Totea!)
Se sisältää *reductio ad absurdum -päättelysäännön*:

1. *p* on tosi.
2. Jos ei-*q* on tosi, niin ei-*p* on tosi.
3. Siis *q* on tosi.

$$\boxed{\begin{array}{l} p \\ \neg q \quad \Rightarrow \quad \neg p \\ \hline q \end{array}}$$

Tähän perustuvaa matemaattista todistusta kutsutaan *epäsuoraksi todistukseksi*.
Esimerkki 1.

1. Olen väsynyt.
2. Jos ei ole aamu, niin en ole väsynyt.
3. On aamu!

Esimerkkejä

Esimerkki 1. Luku $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, ts. a on irrationaalinen. Osoita, että luku $\dfrac{a+1}{a-4}$ on myös irrationaaliluku.

5 / 5