

Eukleideen algoritmi

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Suurin yhteinen tekijä

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 suurin yhteinen tekijä $syt(300, 105)$ (greatest common divisor gcd).

Suurin yhteinen tekijä

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 suurin yhteinen tekijä $syt(300, 105)$ (greatest common divisor gcd).

Yksinkertaisin — mutta ei tehokkain — tapa on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa yhteisten tekijöiden tulo.

Suurin yhteinen tekijä

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 suurin yhteinen tekijä $syt(300, 105)$ (greatest common divisor gcd).

Yksinkertaisin — mutta ei tehokkain — tapa on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa yhteisten tekijöiden tulo.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

Suurin yhteinen tekijä

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 suurin yhteinen tekijä $syt(300, 105)$ (greatest common divisor gcd).

Yksinkertaisin — mutta ei tehokkain — tapa on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa yhteisten tekijöiden tulo.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Suurin yhteinen tekijä

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 suurin yhteinen tekijä $syt(300, 105)$ (greatest common divisor gcd).

Yksinkertaisin — mutta ei tehokkain — tapa on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa yhteisten tekijöiden tulo.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Täten on $syt(300, 105) = 3 \cdot 5 = 15$.

Pienin yhteinen jaettava

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lukujen a ja b pienin yhteinen jaettava on pienin positiivinen luku, joka on jaollinen sekä a :lla että b :llä.

Pienin yhteinen jaettava

- Suurin yhteinen tekijä
- **Pienin yhteinen jaettava**
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lukujen a ja b pienin yhteinen jaettava on pienin positiivinen luku, joka on jaollinen sekä a :lla että b :llä.

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 pienin yhteinen jaettava $pyj(300, 105)$ eli pienin yhteinen monikerta $pym(300, 105)$ (least common multiple lcm).

Pienin yhteinen jaettava

- Suurin yhteinen tekijä
- **Pienin yhteinen jaettava**
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lukujen a ja b pienin yhteinen jaettava on pienin positiivinen luku, joka on jaollinen sekä a :lla että b :llä.

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 pienin yhteinen jaettava $pyj(300, 105)$ eli pienin yhteinen monikerta $pym(300, 105)$ (least common multiple lcm).

Eräs keino on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa tulo, jossa on jokaista alkutekijää niin monta kuin sitä on siinä luvussa, jossa sitä on eniten.

Pienin yhteinen jaettava

- Suurin yhteinen tekijä
- **Pienin yhteinen jaettava**
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lukujen a ja b pienin yhteinen jaettava on pienin positiivinen luku, joka on jaollinen sekä a :lla että b :llä.

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 pienin yhteinen jaettava $pyj(300, 105)$ eli pienin yhteinen monikerta $pym(300, 105)$ (least common multiple lcm).

Eräs keino on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa tulo, jossa on jokaista alkutekijää niin monta kuin sitä on siinä luvussa, jossa sitä on eniten.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

Pienin yhteinen jaettava

- Suurin yhteinen tekijä
- **Pienin yhteinen jaettava**
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lukujen a ja b pienin yhteinen jaettava on pienin positiivinen luku, joka on jaollinen sekä a :lla että b :llä.

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 pienin yhteinen jaettava $pyj(300, 105)$ eli pienin yhteinen monikerta $pym(300, 105)$ (least common multiple lcm).

Eräs keino on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa tulo, jossa on jokaista alkutekijää niin monta kuin sitä on siinä luvussa, jossa sitä on eniten.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Pienin yhteinen jaettava

- Suurin yhteinen tekijä
- **Pienin yhteinen jaettava**
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lukujen a ja b pienin yhteinen jaettava on pienin positiivinen luku, joka on jaollinen sekä a :lla että b :llä.

Esimerkki. Määritä lukujen 300 ja 105 pienin yhteinen jaettava $pyj(300, 105)$ eli pienin yhteinen monikerta $pym(300, 105)$ (least common multiple lcm).

Eräs keino on jakaa luvut alkutekijöihin ja muodostaa tulo, jossa on jokaista alkutekijää niin monta kuin sitä on siinä luvussa, jossa sitä on eniten.

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{Täten on } pyj(300, 105) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 2100.$$

Syt:n ja pyj:n tulo

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lause. Olkoon a ja b positiivisia kokonaislukuja. Silloin on

$$ab = \text{syt}(a, b) \cdot \text{pyj}(a, b)$$

Todistus.



Syt:n ja pyj:n tulo

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Lause. Olkoon a ja b positiivisia kokonaislukuja. Silloin on

$$ab = \text{syt}(a, b) \cdot \text{pyj}(a, b)$$

Todistus.

Syt:n laskemiseksi esitetään myöhemmin tehokas Eukleideen algoritmi. Pyj on siksi usein näppärä laskea kaavalla

$$\text{pyj}(a, b) = \frac{ab}{\text{syt}(a, b)}.$$

Eukleideen algoritmi

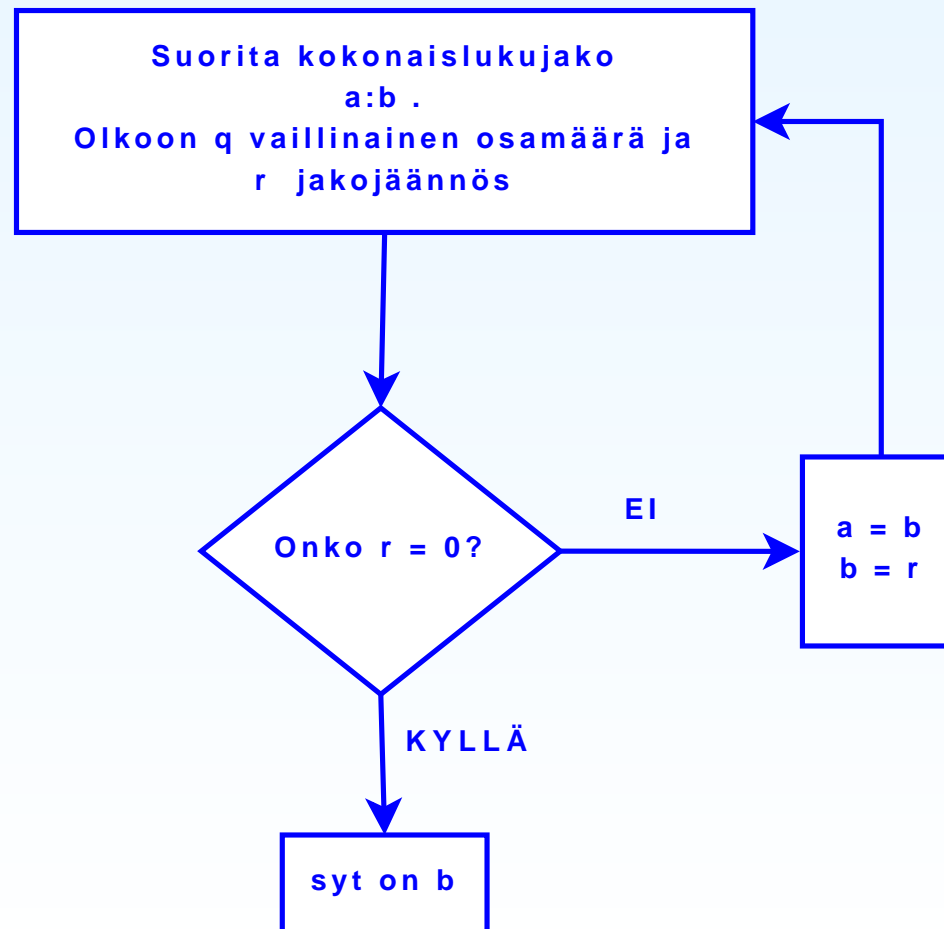
- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Kahden positiivisen kokonaisluvun a ja b ($a > b$) suurin yhteinen tekijä $\text{syt}(a,b)$ voidaan määrittää seuraavasti:

Eukleideen algoritmi

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Kahden positiivisen kokonaisluvun a ja b ($a > b$) suurin yhteinen tekijä $\text{sy}(a,b)$ voidaan määrittää seuraavasti:



Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805 = 5 \cdot 546 + 75$
546	75	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805 = 5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546 = 7 \cdot 75 + 21$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805 = 5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546 = 7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75 = 3 \cdot 21 + 12$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805 = 5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546 = 7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75 = 3 \cdot 21 + 12$
21	12	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805 = 5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546 = 7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75 = 3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21 = 1 \cdot 12 + 9$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805, 546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned}\text{syt}(2805, 546)=3 &= 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21 \\ &= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21\end{aligned}$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned}\text{syt}(2805, 546)=3 &= 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21 \\ &= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21= -7 \cdot 21+2 \cdot 75\end{aligned}$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned}\text{syt}(2805, 546)=3 &= 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21 \\ &= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21= -7 \cdot 21+2 \cdot 75 \\ &= -7 \cdot (546-7 \cdot 75)+2 \cdot 75\end{aligned}$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21$$

$$= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21= -7 \cdot 21+2 \cdot 75$$

$$= -7 \cdot (546-7 \cdot 75)+2 \cdot 75= 51 \cdot 75-7 \cdot 546$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21$$

$$= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21= -7 \cdot 21+2 \cdot 75$$

$$= -7 \cdot (546-7 \cdot 75)+2 \cdot 75= 51 \cdot 75-7 \cdot 546$$

$$= 51 \cdot (2805-5 \cdot 546)-7 \cdot 546$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21$$

$$= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21= -7 \cdot 21+2 \cdot 75$$

$$= -7 \cdot (546-7 \cdot 75)+2 \cdot 75= 51 \cdot 75-7 \cdot 546$$

$$= 51 \cdot (2805-5 \cdot 546)-7 \cdot 546= -262 \cdot 546+51 \cdot 2805$$

Esimerkki 1

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- **Esimerkki 1**
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(2805,546)$.

a	b	Jakoyhtälö
2805	546	$2805=5 \cdot 546 + 75$
546	75	$546=7 \cdot 75 + 21$
75	21	$75=3 \cdot 21 + 12$
21	12	$21=1 \cdot 12 + 9$
12	9	$12=1 \cdot 9 + 3$
9	3	$9=3 \cdot 3 + 0$
3	0	

Täten on $\text{syt}(2805,546)=3$.

$\text{Syt}(a,b)$ voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(2805, 546)=3 = 12-1 \cdot 9= -1 \cdot (21-1 \cdot 12)+1 \cdot 12= 2 \cdot 12-1 \cdot 21$$

$$= 2 \cdot (75-3 \cdot 21)-1 \cdot 21= -7 \cdot 21+2 \cdot 75$$

$$= -7 \cdot (546-7 \cdot 75)+2 \cdot 75= 51 \cdot 75-7 \cdot 546$$

$$= 51 \cdot (2805-5 \cdot 546)-7 \cdot 546= -262 \cdot 546+51 \cdot 2805$$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$
32	0	

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$
32	0	

Täten on $\text{syt}(256,96)=32$.

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$
32	0	

Täten on $\text{syt}(256,96)=32$.

Syt(a,b) voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(256, 96)=32 = 96-1 \cdot 64$$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$
32	0	

Täten on $\text{syt}(256,96)=32$.

Syt(a,b) voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(256, 96)=32 = 96-1 \cdot 64= -1 \cdot (256-2 \cdot 96)+1 \cdot 96$$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$
32	0	

Täten on $\text{syt}(256,96)=32$.

Syt(a,b) voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(256, 96)=32 = 96-1 \cdot 64= -1 \cdot (256-2 \cdot 96)+1 \cdot 96= 3 \cdot 96-1 \cdot 256$$

Esimerkki 2

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- **Esimerkki 2**
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{syt}(256,96)$. Esitä lisäksi syt muodossa $256x+96y$.

a	b	Jakoyhtälö
256	96	$256=2 \cdot 96 + 64$
96	64	$96=1 \cdot 64 + 32$
64	32	$64=2 \cdot 32 + 0$
32	0	

Täten on $\text{syt}(256,96)=32$.

Syt(a,b) voidaan myös esittää muodossa $xa + yb$, missä $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{syt}(256, 96)=32 = 96-1 \cdot 64= -1 \cdot (256-2 \cdot 96)+1 \cdot 96= 3 \cdot 96-1 \cdot 256$$

Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

- Suurin yhteinen tekijä
- Pienin yhteinen jaettava
- Syt:n ja pyj:n tulo
- Eukleideen algoritmi
- Esimerkki 1
- Esimerkki 2
- Eukleideen algoritmi ohjelmoituna TI-laskimille

```
ClrHome
Disp "syt(A,B)"
Disp "A>B"
Input "A=",A
Input "B=",B
A→C
B→D
round((A/B-int(A/B))*B)→R
```

```
While R≠0
B→A
R→B
round((A/B-int(A/B))*B)→R
End
ClrHome
Output(1,1,"Lukujen")
Output(2,1,C)
Output(3,1,D)
Output(4,1,"syt on")
Output(4,8,B)
```

Laskimissa on yleensä valmiit rutiinit syt:n (gcd=greatest common divisor) ja pym:n (lcm=least common multiple) laskemista varten.