

# Jaollisuus

Hannu Lehto  
Lahden Lyseon lukio



# Jaollisuus

- Jaollisuus

- Summan jaollisuus

- Tulon jaollisuus

- Alkuluvut

- Aritmetiikan

peruslause

- Tulon jaollisuus

alkuluvulla

Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $b \neq 0$ .

- $a$  on jaollinen luvulla  $b$  eli

# Jaollisuus

- Jaollisuus

- Summan jaollisuus

- Tulon jaollisuus

- Alkuluvut

- Aritmetiikan

peruslause

- Tulon jaollisuus

alkuluvulla

Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $b \neq 0$ .

- $a$  on jaollinen luvulla  $b$  eli

- $b$  jakaa  $a$ :n, merkitään  $b \mid a$  eli

# Jaollisuus

- Jaollisuus

- Summan jaollisuus

- Tulon jaollisuus

- Alkuluvut

- Aritmetiikan

peruslause

- Tulon jaollisuus

alkuluvulla

Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $b \neq 0$ .

- $a$  on jaollinen luvulla  $b$  eli

- $b$  jakaa  $a$ :n, merkitään  $b \mid a$  eli

- $b$  on  $a$ :n tekijä eli

# Jaollisuus

- Jaollisuus

- Summan jaollisuus

- Tulon jaollisuus

- Alkuluvut

- Aritmetiikan

peruslause

- Tulon jaollisuus

alkuluvulla

Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $b \neq 0$ .

- $a$  on jaollinen luvulla  $b$  eli
- $b$  jakaa  $a$ :n, merkitään  $b \mid a$  eli
- $b$  on  $a$ :n tekijä eli
- $a$  on  $b$ :n monikerta, jos

# Jaollisuus

- Jaollisuus

- Summan jaollisuus

- Tulon jaollisuus

- Alkuluvut

- Aritmetiikan

peruslause

- Tulon jaollisuus

alkuluvulla

Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $b \neq 0$ .

- $a$  on jaollinen luvulla  $b$  eli

- $b$  jakaa  $a$ :n, merkitään  $b \mid a$  eli

- $b$  on  $a$ :n tekijä eli

- $a$  on  $b$ :n monikerta, jos

$$a = bc, \quad c \in \mathbb{Z}.$$

# Jaollisuus

- Jaollisuus

- Summan jaollisuus

- Tulon jaollisuus

- Alkuluvut

- Aritmetiikan

peruslause

- Tulon jaollisuus

alkuluvulla

Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $b \neq 0$ .

- $a$  on jaollinen luvulla  $b$  eli

- $b$  jakaa  $a$ :n, merkitään  $b \mid a$  eli

- $b$  on  $a$ :n tekijä eli

- $a$  on  $b$ :n monikerta, jos

$$a = bc, \quad c \in \mathbb{Z}.$$

**Esimerkki.** Mitkä luvuista 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 jakavat luvun 15984?

# Summan jaollisuus

- Jaollisuus
- **Summan jaollisuus**
- Tulon jaollisuus
- Alkuluvut
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

**Lause.** Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $k \neq 0$ .

Jos  $k \mid a$  ja  $k \mid b$  niin  $k \mid (a + b)$ .

*Todistus.*





# Tulon jaollisuus

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- **Tulon jaollisuus**
- Alkuluvut
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

**Lause.** Olkoon  $a, b \in \mathbb{Z}$  ja  $k \neq 0$ .

Jos  $k \mid a$  niin  $k \mid (ab)$ .

*Todistus.*



# Alkuluvut

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- **Alkuluvut**
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83  
89 97 101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167  
173 179 181 191 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 251  
257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313 317 331 337 347  
349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433  
439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509 521 523  
541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619  
631 641 643 647 653 659 661 673 677 683 691 701 709 719 727  
733 739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811 821 823 827  
829 839 853 857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937  
941 947 953 967 971 977 983 991 997...

## Alkuluvut

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- **Alkuluvut**
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83  
89 97 101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167  
173 179 181 191 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 251  
257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313 317 331 337 347  
349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433  
439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509 521 523  
541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619  
631 641 643 647 653 659 661 673 677 683 691 701 709 719 727  
733 739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811 821 823 827  
829 839 853 857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937  
941 947 953 967 971 977 983 991 997. . .

Kokonaisluku  $a \geq 2$  on *alkuluku*, jos se on jaollinen vain itsellään ja luvulla 1. Muutoin  $a$  on *yhdistetty luku*.

# Aritmetiikan peruslause

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- Alkuluvut
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

**Lause.** Jokainen kokonaisluku  $a \geq 2$  voidaan esittää yksikäsitteisesti alkulukujen tulona.

## Aritmetiikan peruslause

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- Alkuluvut
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

**Lause.** Jokainen kokonaisluku  $a \geq 2$  voidaan esittää yksikäsitteisesti alkulukujen tulona.

**Esimerkki.** Jaa alkutekijöihin luku 360.

## Tulon jaollisuus alkuluvulla

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- Alkuluvut
- Aritmetiikan  
peruslause
- Tulon jaollisuus  
alkuluvulla

Jos  $k \mid a$  tai  $k \mid b$ , niin  $k \mid (ab)$ . Mutta onko käänteinen lause  
voimassa?

## Tulon jaollisuus alkuluvulla

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- Alkuluvut
- Aritmetiikan peruslause
- Tulon jaollisuus alkuluvulla

Jos  $k \mid a$  tai  $k \mid b$ , niin  $k \mid (ab)$ . Mutta onko käänteinen lause voimassa?

Koska esimerkiksi  $6 \mid (3 \cdot 4)$ , mutta  $6 \nmid 4$  ja  $6 \nmid 3$ , niin käänteinen lause ei ole yleisesti tosi.

## Tulon jaollisuus alkuluvulla

- Jaollisuus
- Summan jaollisuus
- Tulon jaollisuus
- Alkuluvut
- Aritmetiikan peruslause
- **Tulon jaollisuus alkuluvulla**

Jos  $k \mid a$  tai  $k \mid b$ , niin  $k \mid (ab)$ . Mutta onko käänteinen lause voimassa?

Koska esimerkiksi  $6 \mid (3 \cdot 4)$ , mutta  $6 \nmid 4$  ja  $6 \nmid 3$ , niin käänteinen lause ei ole yleisesti tosi.

Kuitenkin rajoitetumpi lause on voimassa.

**Lause.** Olkoon  $p$  alkuluku. Jos  $p \mid (ab)$ , niin  $p \mid a$  tai  $p \mid b$ .

*Todistus.*

