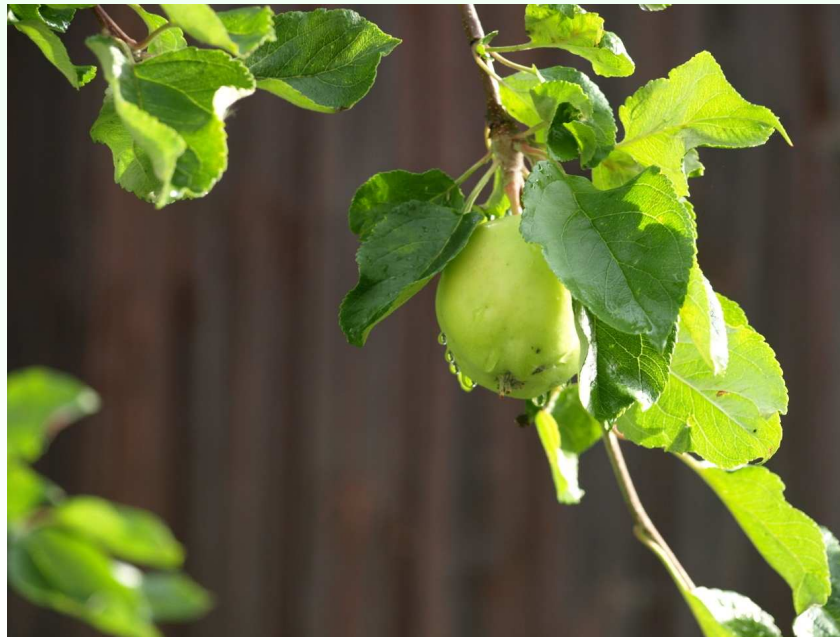


Kertausta

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Osa I: Algebrallisia
menetelmiä

- Teoriakertaus
- Tehtäviä

Osa II: Numeerisia
menetelmiä

Osa II: Vastaukset

Osa I: Algebrallisia menetelmiä



Teoriakertaus

Osa I: Algebrallisia menetelmiä

● Teoriakertaus

● Tehtäviä

Osa II: Numeerisia menetelmiä

Osa II: Vastaukset

Polynomien jakolaskualgoritmi ja jakoyhtälö

- Rationaalifunktion integrointi (osoittajan aste \geq nimittäjän aste)
- Jakojäännös

Polynomien jaollisuus, tekijälause, tekijöihinjakolause

- Rationaalilausekkeiden supistaminen
- Raja-arvo

Rationaalijuurilause

- Korkeamman asteen yhtälöt

Tehtäviä

Osa I: Algebrallisia menetelmiä

● Teoriakertaus

● Tehtäviä

Osa II: Numeerisia menetelmiä

Osa II: Vastaukset

1. YO-S08 tehtävä 12
2. Määritä jakojäännös jakolaskussa $(x^3 - 4x + 2) : (2x - 3)$.
3. $\int \frac{x^2+2}{x+2} dx$
4. Supista $\frac{x^3-5x+2}{x^2-4}$.
5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+5x^2+11x+7}{2x^2-2}$
6. Ratkaise yhtälö $2x^3 + 6x^2 - 2x = 12$.
7. Ratkaise yhtälö $-2\cos^2 x - 3\sin x + 3 = 0$

Osa I: Algebrallisia
menetelmiä

Osa II: Numeerisia
menetelmiä

- Teoriakertaus
- Tehtäviä

Osa II: Vastaukset

Osa II: Numeerisia menetelmiä



Teoriakertaus

Osa I: Algebrallisia menetelmiä

Osa II: Numeerisia menetelmiä

● Teoriakertaus

● Tehtäviä

Osa II: Vastaukset

Funktion nollakohdat (yhtälön numeerinen ratkaiseminen)

- Bolzanon lause
- Haarukointi (esim. puolitusmenetelmä)
- Newtonin menetelmä
- Kiintopistemenetelmä

Derivointi

- Erotusosamäärän raja-arvona
- Keskusdifferenssin raja-arvona

Integrointi

- Keskipistesääntö
- Puolisuunnikassääntö
- Simpsonin sääntö

Tehtäviä

Osa I: Algebrallisia menetelmiä

Osa II: Numeerisia menetelmiä

● Teoriakertaus

● **Tehtäviä**

Osa II: Vastaukset

8. Osoita, että funktiolla $f(x) = 2x - e^{-x}$ on täsmälleen yksi nollakohta. Määritä sen likiarvo kuuden desimaalin tarkkuudella käyttäen Newtonin menetelmää.
9. Määritä yhtälön $e^x = \cos x + 2$ välillä $[0, 1]$ oleva juuri kiintopistemenetelmällä neljän merkitsevän numeron tarkkuudella.
10. Määritä numeerisesti käyrälle $y = 2^x$ kohtaan $x = 1$ piirretyn tangentin kulmakerroin kahden desimaalin tarkkuudella. Määritä myös kulmakertoimen tarkka arvo.
11. Käyrä $y = 3\sin 2x$ muodostaa x -akselin kanssa yhtä suuria alueita. Määritä yhden tällaisen alueen pinta-ala numeerisesti käyttäen neljää jakoväliä ja joko puolisuunnikas- tai Simpsonin menetelmää. Laske myös integroimalla (mikäli osaat) alan tarkka arvo. Kuinka suuri on numeerisesti saadun alan suhteellinen virhe?

Osa I: Algebrallisia
menetelmiä

Osa II: Numeerisia
menetelmiä

Osa II: Vastaukset

- Vastaukset

Osa II: Vastaukset



Vastaukset

Osa I: Algebrallisia menetelmiä

Osa II: Numeerisia menetelmiä

Osa II: Vastaukset

● Vastaukset

1. $a = 4,28$
2. $\frac{-5}{8}$
3. $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6\ln|x + 2| + c$
4. $\frac{x^2+2x-1}{x+2}$
5. -1
6. $x = -2$ tai $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
7. $x = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi$ tai $x = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$ tai $x = \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi$
8. 0,351734
9. 0,9488 (Ota yhtälöstä ensin puolittain luonnollinen logaritmi.)
10. 1,39 ja $2\ln 2$
11. Simpson $A \approx 3,0068$, tarkka arvo on 3, suhteellinen virhe 0,23 %