Numeerinen derivointi

Hannu Lehto

Lahden Lyseon lukio

LAHDEN LYSEO

● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatta TI-laskimella

1. Valitse Math – nDeriv.

   Syntaksi: nDeriv(funktio, muuttuja, kohta), esim.

   $nDeriv(\sqrt{x}, x, 1)$

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatta TI-laskimella

1. Valitse Math – nDeriv.

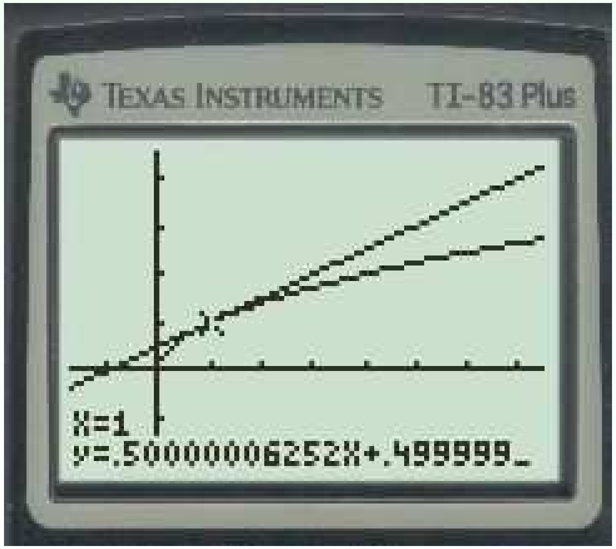
   Syntaksi: nDeriv(funktio, muuttuja, kohta), esim.

   $nDeriv(\sqrt{x}, x, 1)$

2.
   a) Piirrä funktion kuvaaja.

   b) Valitse Draw – Tangent.

   c) Syötä kohta, jossa derivaatta lasketaan.



● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

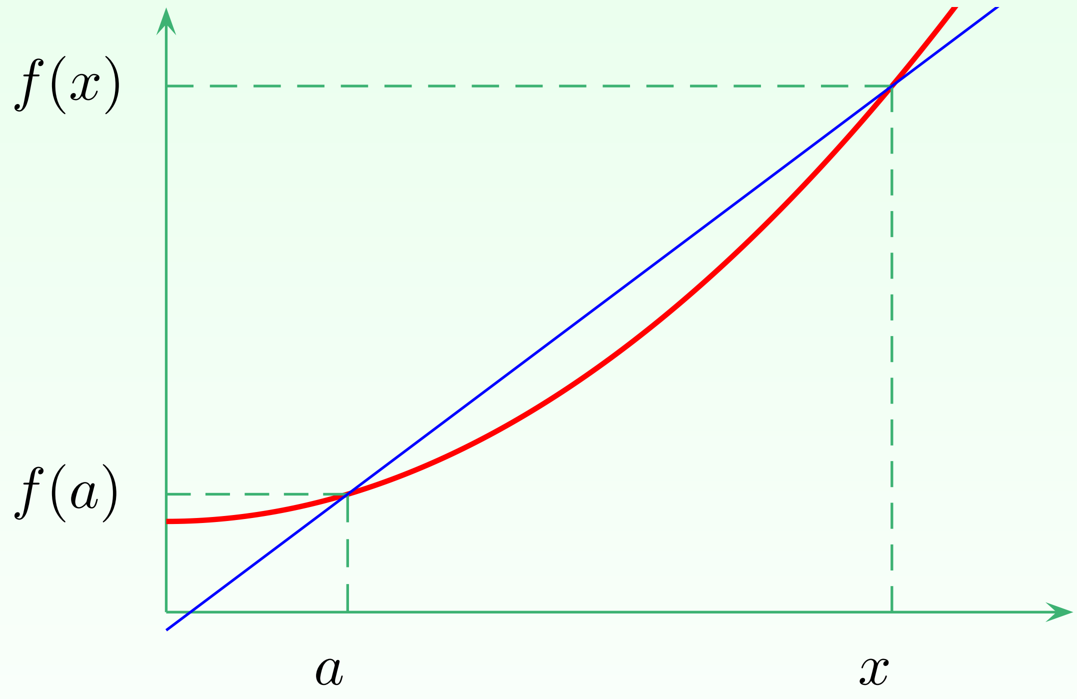
Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

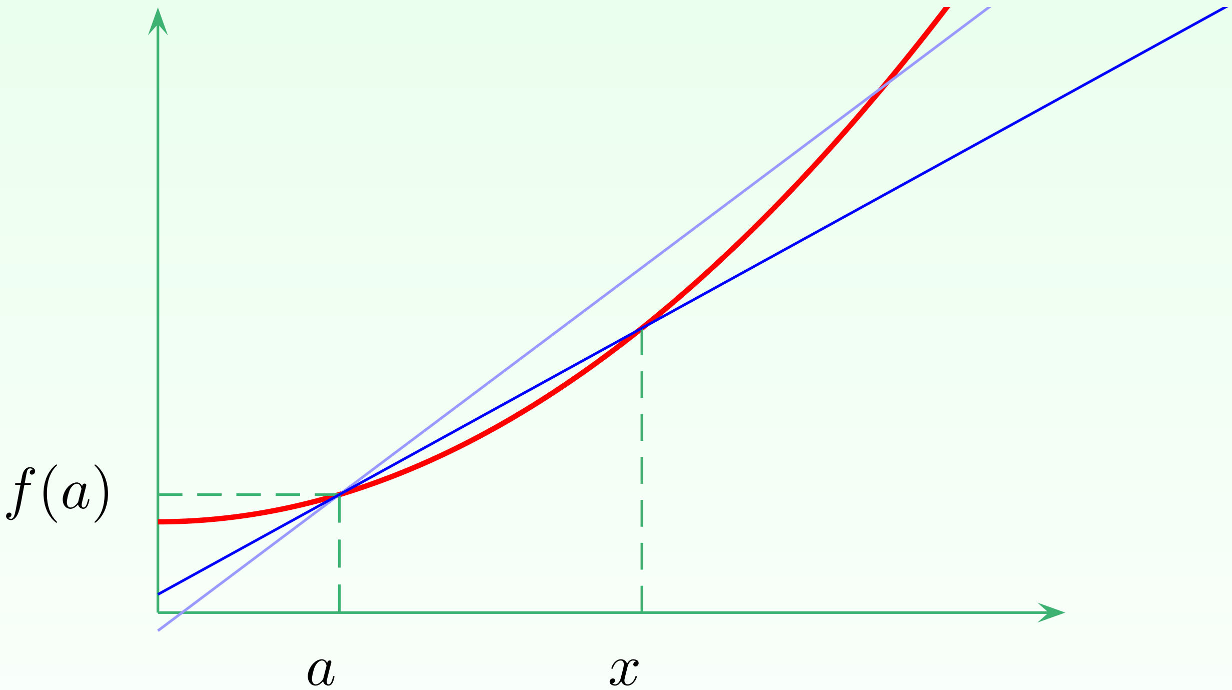
$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$



- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

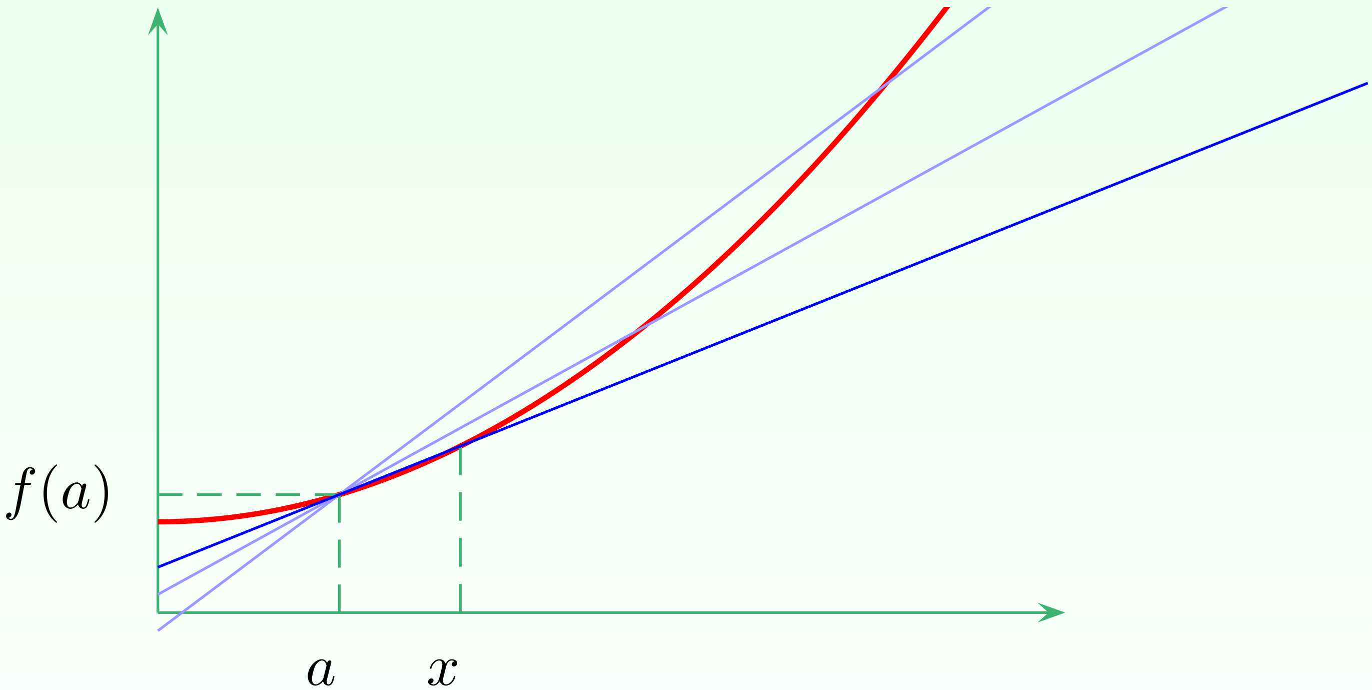
Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$



Derivaatan määritelmä

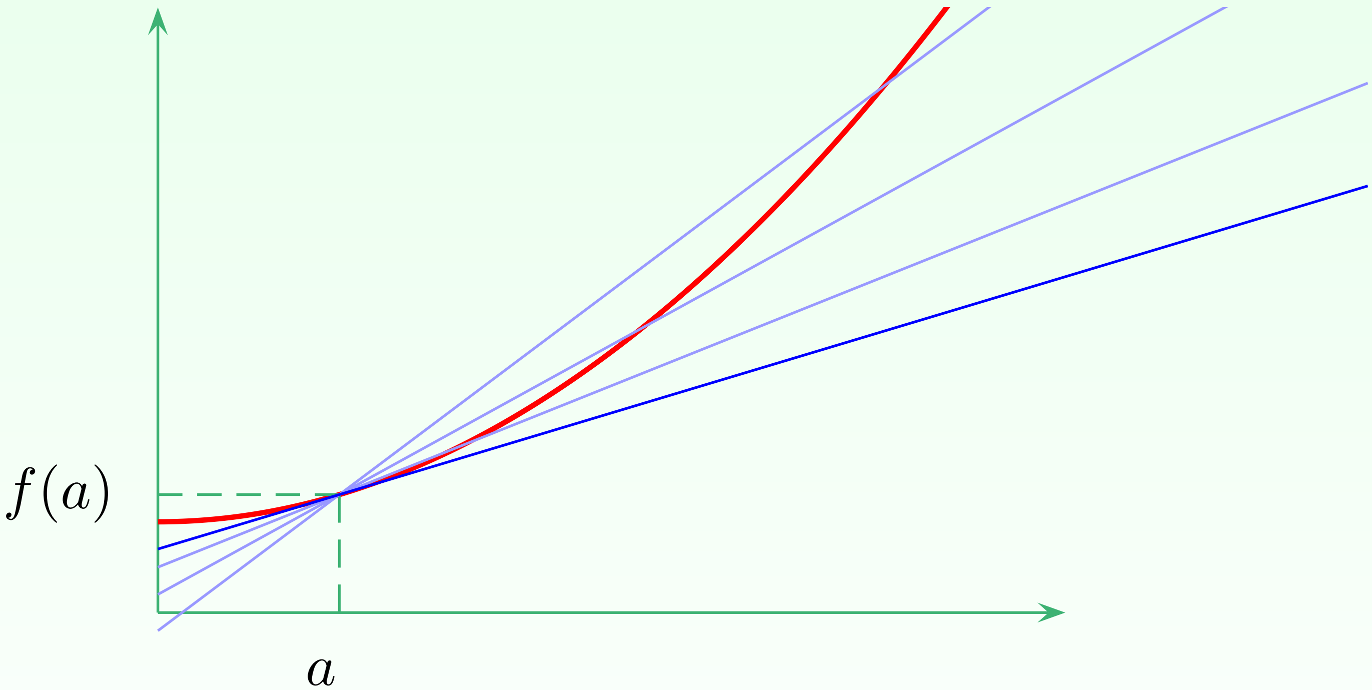
$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$



- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$f'(a) = lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$



● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(3)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(3)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

Erotusosamäärä kohdassa 3 on $e(x) = \dfrac{x^x - 3^3}{x - 3}$.

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(3)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

Erotusosamäärä kohdassa 3 on $e(x) = \dfrac{x^x - 3^3}{x - 3}$.

x	e(x)
3,1	63,596...
3,01	57,307...
3,001	56,726...
3,0001	56,668...
3,00001	56,663...
3,000001	56,662...

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(3)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

Erotusosamäärä kohdassa 3 on $e(x) = \dfrac{x^x - 3^3}{x - 3}$.

x	e(x)	x	e(x)
3,1	63,596...	2,9	50,742...
3,01	57,307...	2,99	56,027...
3,001	56,726...	2,999	56,598...
3,0001	56,668...	2,9999	56,656...
3,00001	56,663...	2,99999	56,661...
3,000001	56,662...	2.999999	56,662...

● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(3)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

Erotusosamäärä kohdassa 3 on $e(x) = \dfrac{x^x - 3^3}{x - 3}$.

x	e(x)	x	e(x)
3,1	63,596...	2,9	50,742...
3,01	57,307...	2,99	56,027...
3,001	56,726...	2,999	56,598...
3,0001	56,668...	2,9999	56,656...
3,00001	56,663...	2,99999	56,661...
3,000001	56,662...	2.999999	56,662...

$f'(3) \approx 56,66$

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

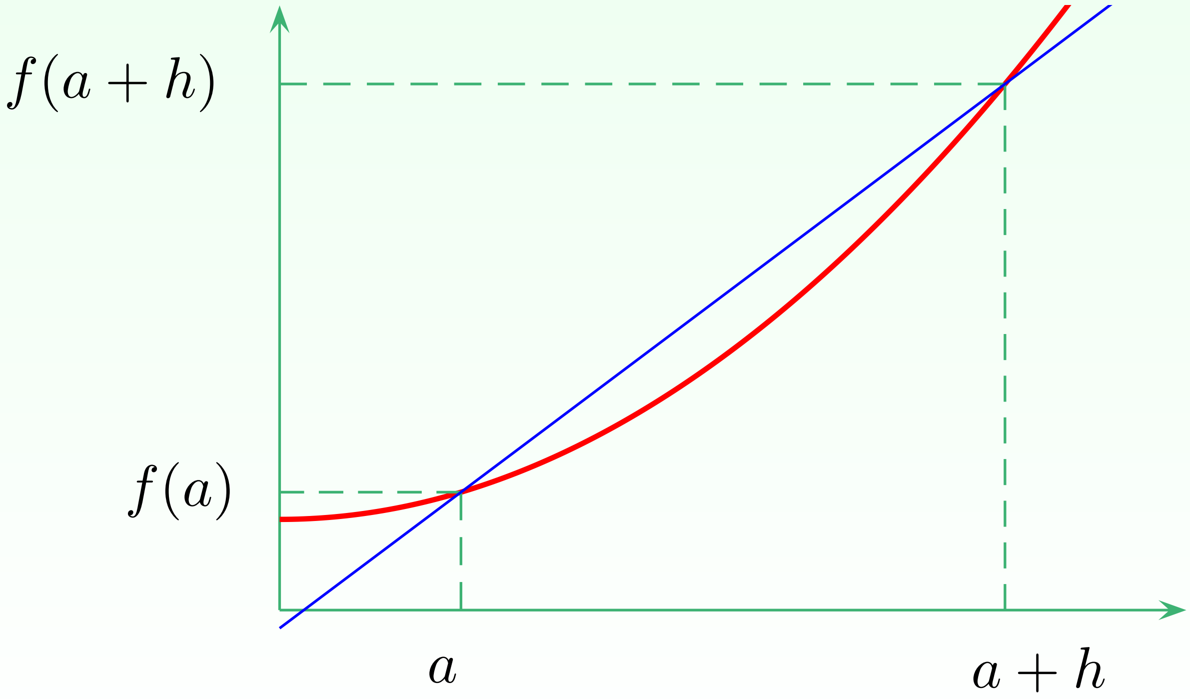
$$\boxed{f'(a) = lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}$$

$$\boxed{f'(a) = lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$$

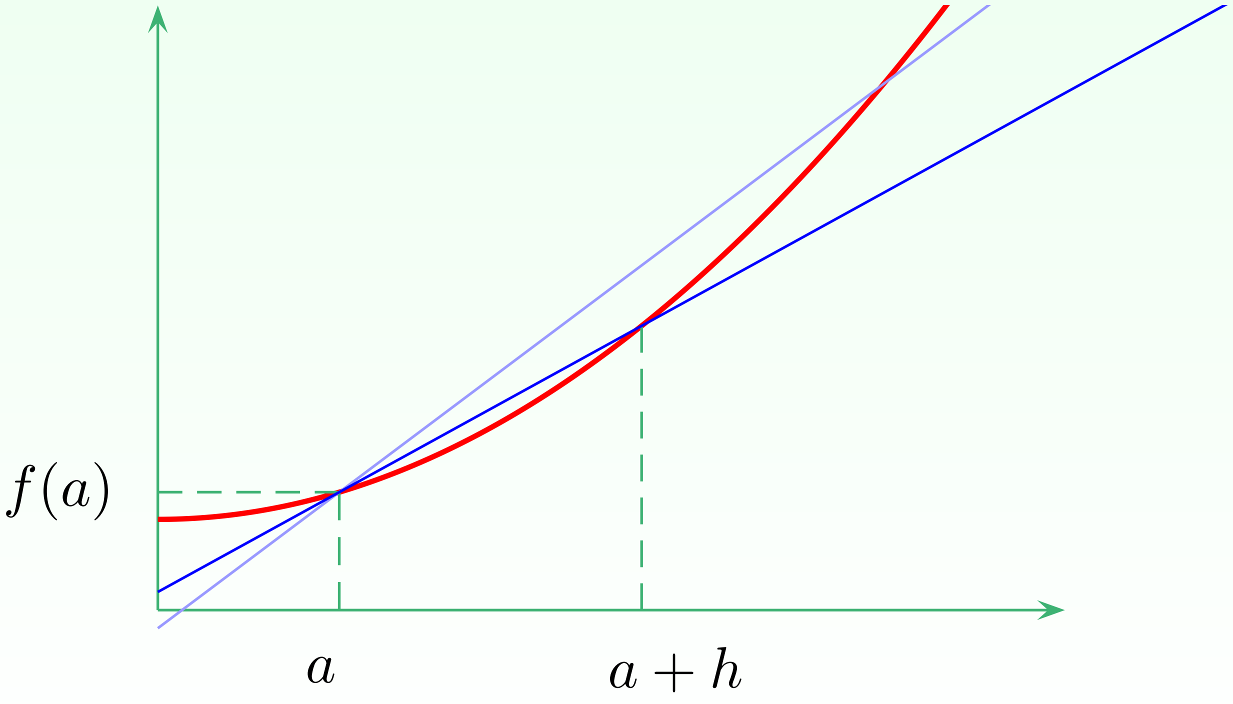


● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

$$\boxed{f'(a) = lim_{h \to 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}}$$

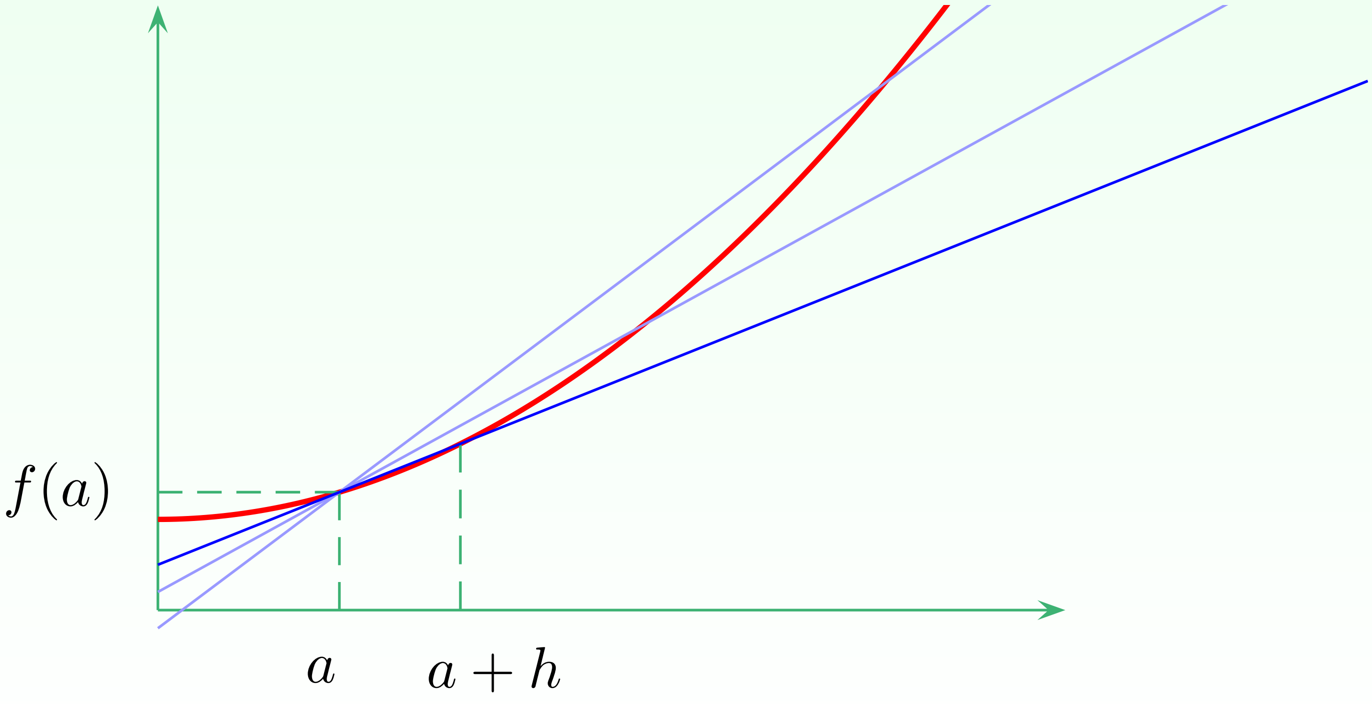


- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

$$\boxed{f'(a) = lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$

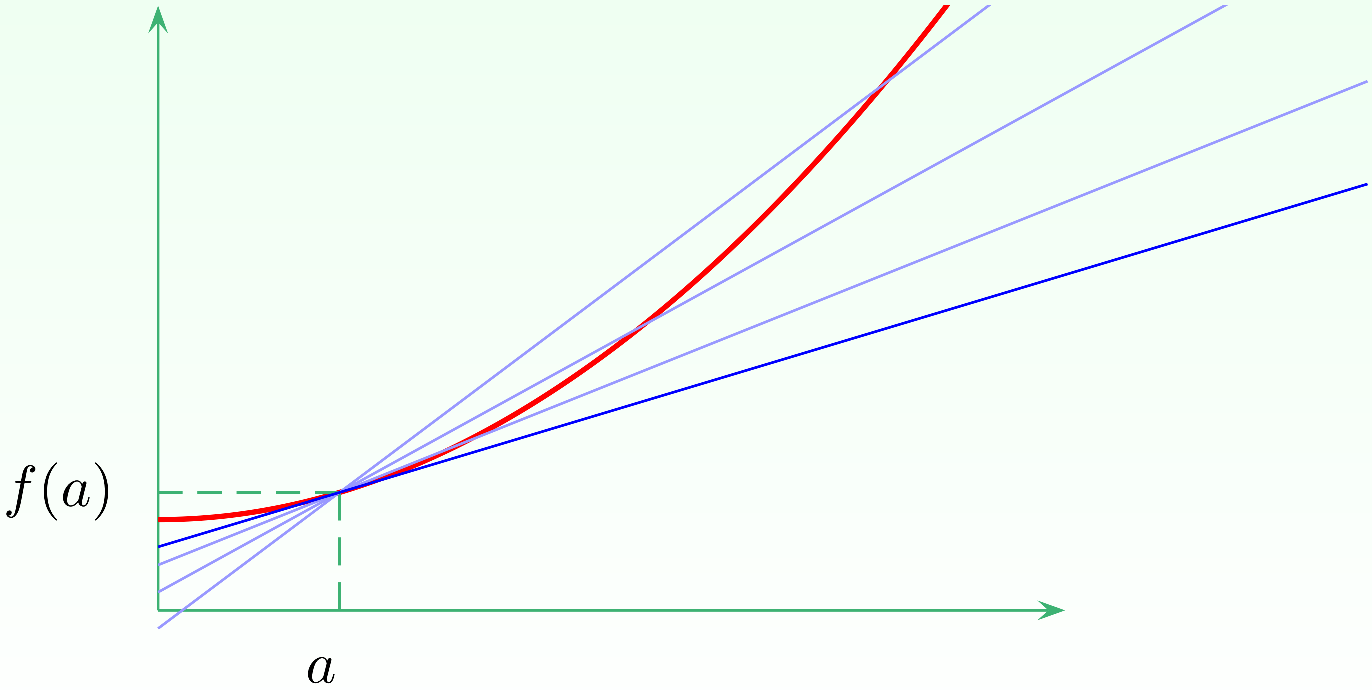


- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$

$$\boxed{f'(a) = lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$



● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

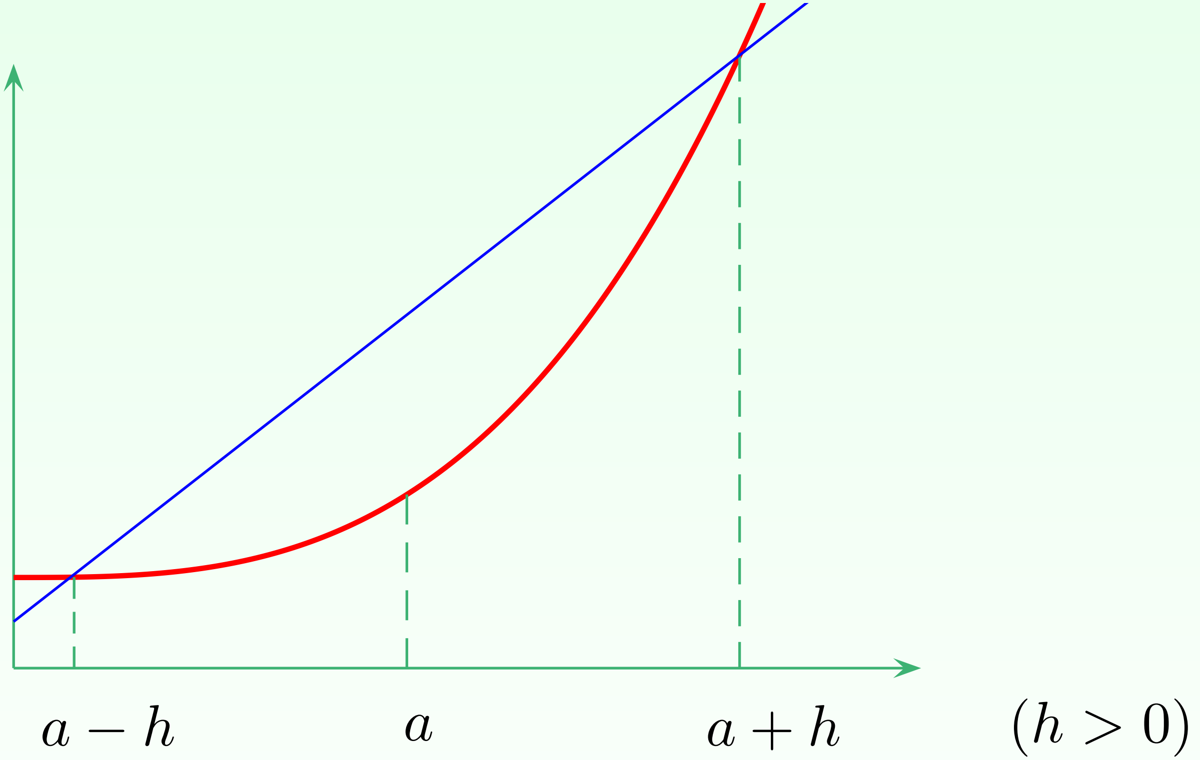
Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Erotusosamäärä ei ole tehokkain tapa laskea numeerisesti derivaatta (toispuoliset raja-arvot!). Seuraavaksi parempi menetelmä.

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Erotusosamäärä ei ole tehokkain tapa laskea numeerisesti derivaatta (toispuoliset raja-arvot!). Seuraavaksi parempi menetelmä.

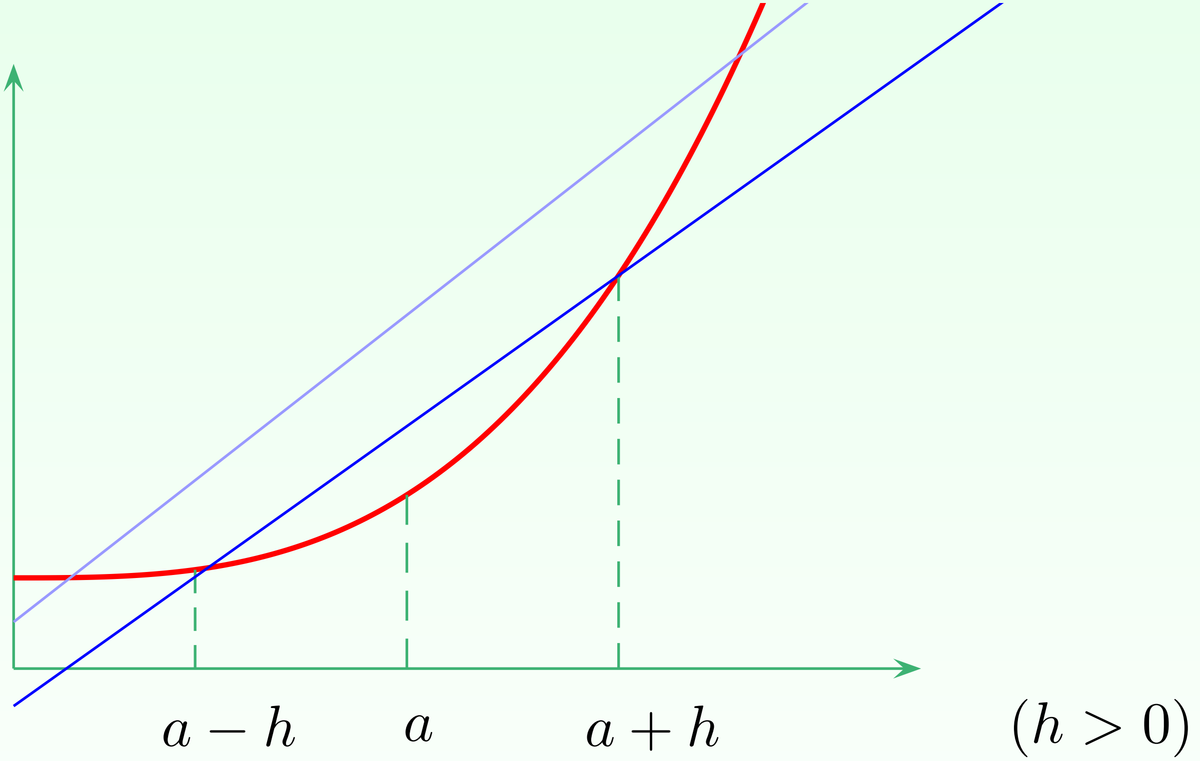


$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a-h)}{(a+h)-(a-h)} = \frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$$

● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

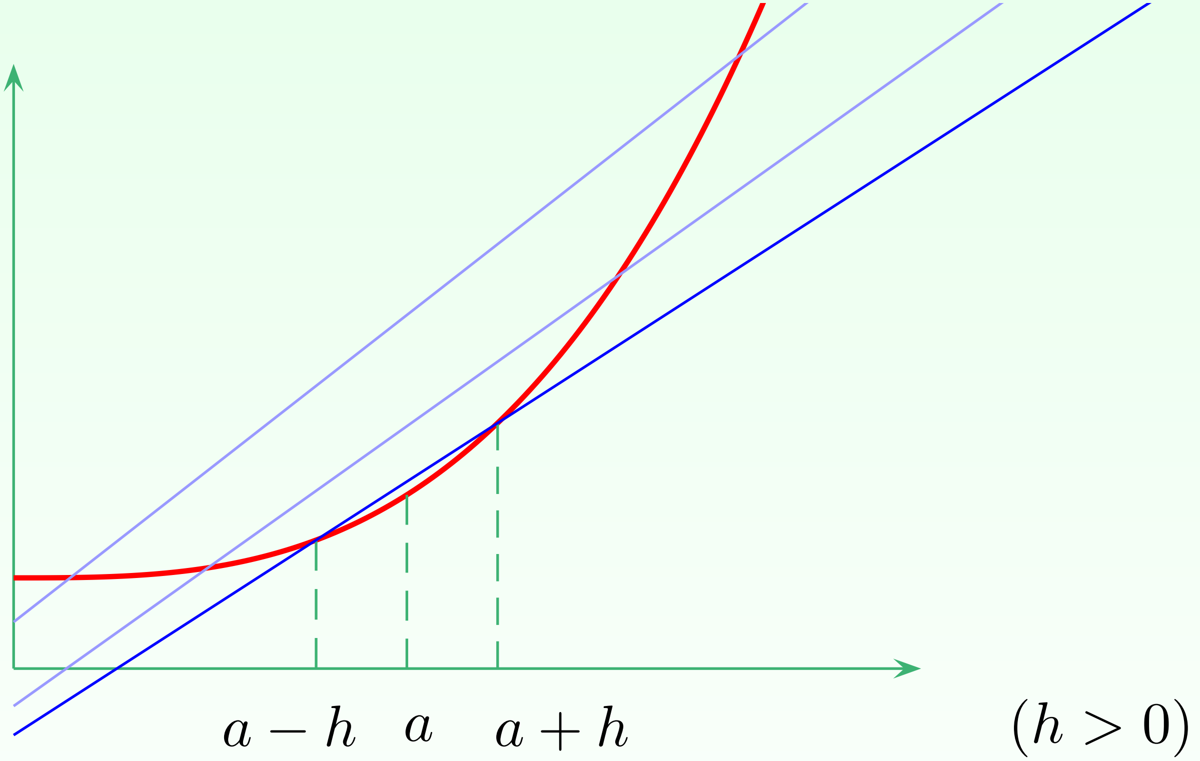
Erotusosamäärä ei ole tehokkain tapa laskea numeerisesti derivaatta (toispuoliset raja-arvot!). Seuraavaksi parempi menetelmä.



$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a-h)}{(a+h)-(a-h)} = \frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$$

Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Erotusosamäärä ei ole tehokkain tapa laskea numeerisesti derivaatta (toispuoliset raja-arvot!). Seuraavaksi parempi menetelmä.

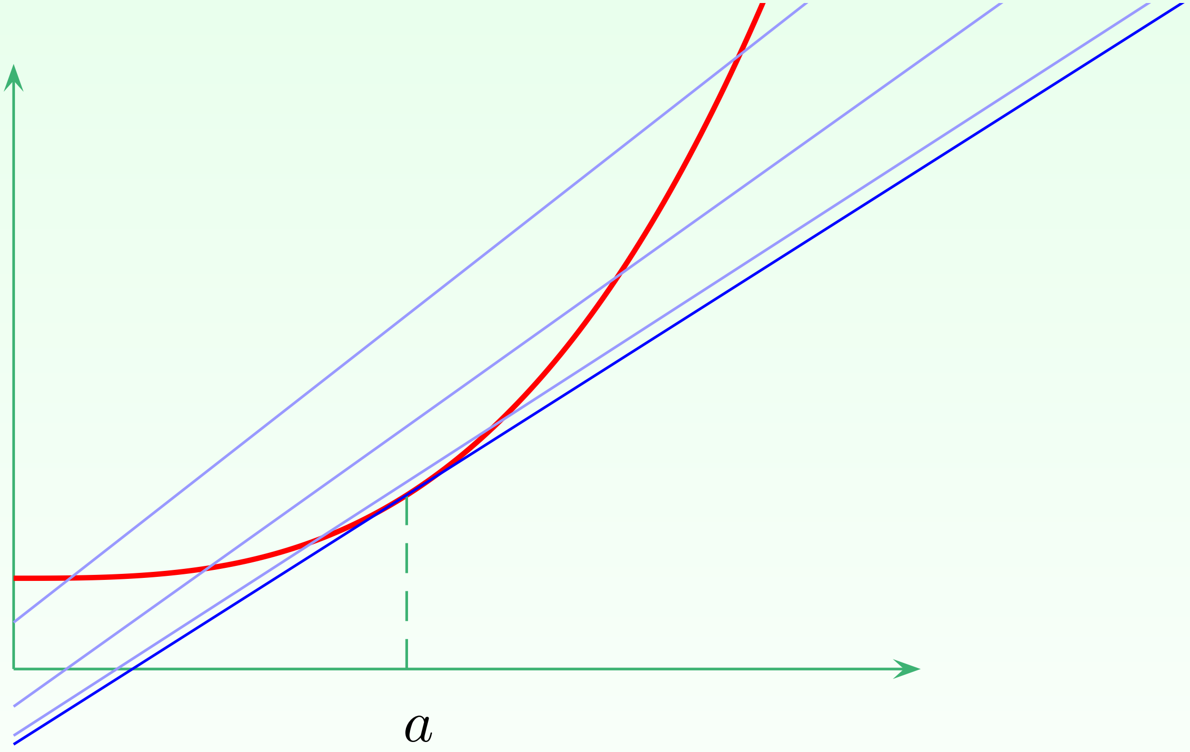


$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a-h)}{(a+h)-(a-h)} = \frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$$

● Derivaatta TI-laskimella
● Derivaatan määritelmä
● Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Erotusosamäärä ei ole tehokkain tapa laskea numeerisesti derivaatta (toispuoliset raja-arvot!). Seuraavaksi parempi menetelmä.



$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{(a+h) - (a-h)} = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$$

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} =$$

Esimerkki

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203
0,01	6,7731

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203
0,01	6,7731
0,001	6,7725

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203
0,01	6,7731
0,001	6,7725
0,0001	6,7726

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203
0,01	6,7731
0,001	6,7725
0,0001	6,7726

$f'(2) \approx 6,77$

Esimerkki

- Derivaatta TI-laskimella
- Derivaatan määritelmä
- Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h) - f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)} - (2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203
0,01	6,7731
0,001	6,7725
0,0001	6,7726

$f'(2) \approx 6,77$

Huom. Keskusdifferenssi saattaa supeta, vaikka funktiolla ei ole derivaattaa. Esimerkiksi $f(x) = |x|$ kohdassa $x = 0$.