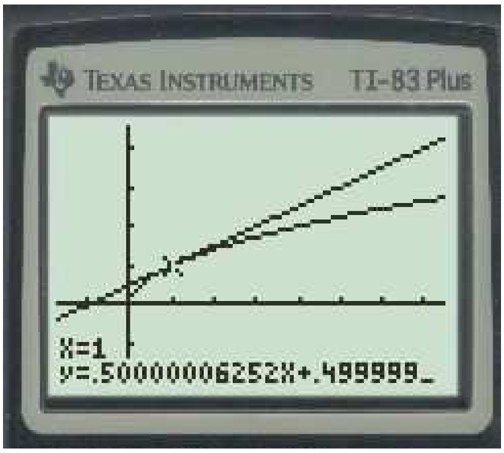
Numeerinen derivointi

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Derivaatta TI-laskimella

1. Valitse Math – nDeriv.
   Syntaksi: nDeriv(funktio, muuttuja, kohta), esim. $nDeriv(\sqrt{x}, x, 1)$

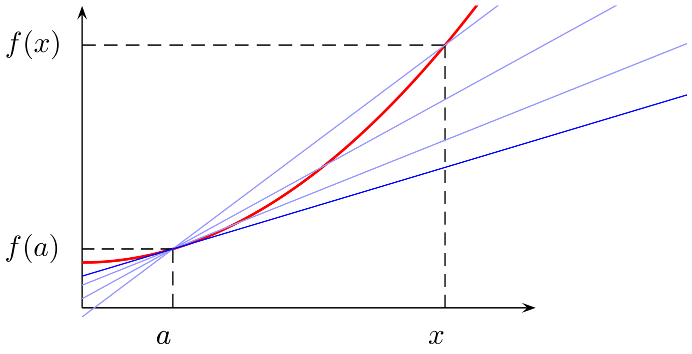
2.
   a) Piirrä funktion kuvaaja.
   b) Valitse Draw – Tangent.
   c) Syötä kohta, jossa derivaatta lasketaan.



2 / 6

Derivaatan määritelmä

$$\boxed{f'(a) = lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}$$



Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(3)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

Erotusosamäärä kohdassa 3 on $e(x) = \frac{x^x - 3^3}{x - 3}$.

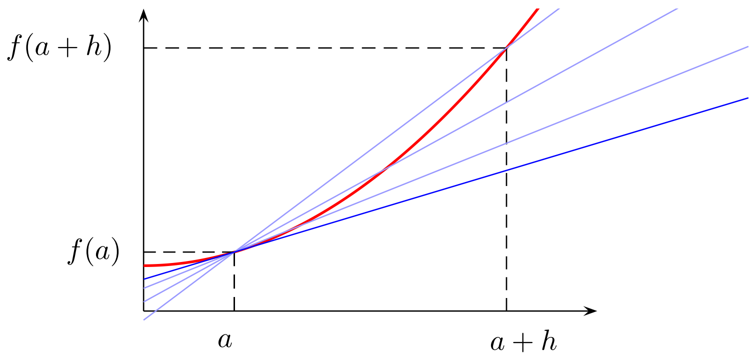
x	e(x)	x	e(x)
3,1	63,596...	2,9	50,742...
3,01	57,307...	2,99	56,027...
3,001	56,726...	2,999	56,598...
3,0001	56,668...	2,9999	56,656...
3,00001	56,663...	2,99999	56,661...
3,000001	56,662...	2.999999	56,662...

$f'(3) \approx 56,66$

3 / 6

Derivaatan määritelmä

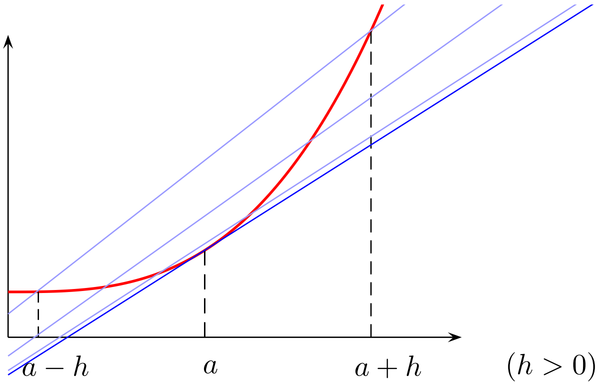
$$\boxed{f'(a) = lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$



4 / 6

Keskeiserotusosamäärä (keskusdifferenssi)

Erotusosamäärä ei ole tehokkain tapa laskea numeerisesti derivaatta (toispuoliset raja-arvot!). Seuraavaksi parempi menetelmä.



$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a-h)}{(a+h)-(a-h)} = \frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$$

5 / 6

Esimerkki

Olkoon $f(x) = x^x$. Määritä $f'(2)$ kahden desimaalin tarkkuudella.

$$f'(2) \approx \frac{f(2+h)-f(2-h)}{2h} = \frac{(2+h)^{(2+h)}-(2-h)^{(2-h)}}{2h}$$

h	keskusdifferenssi
0,1	6,8203
0,01	6,7731
0,001	6,7725
0,0001	6,7726

$f'(2) \approx 6,77$

Huom. Keskusdifferenssi saattaa supeta, vaikka funktiolla ei ole derivaattaa. Esimerkiksi $f(x) = |x|$ kohdassa $x = 0$.

6 / 6