Virhe

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.

Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.

Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t-l|}{|t|}$.

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t-l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t - l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t-l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä $3,1415 \leq \pi < 3,1425$ joten 3,142 poikkeaa tarkasta arvosta enintään

- Virhe
- Väliarvolause

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t - l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä $3,1415 \leq \pi < 3,1425$ joten 3,142 poikkeaa tarkasta arvosta enintään 0,0005.

$$\frac{|\pi - 3.142|}{\pi} \leq$$

- Virhe
- Väliarvolause

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t-l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä $3,1415 \leq \pi < 3,1425$ joten 3,142 poikkeaa tarkasta arvosta enintään 0,0005.

$$\frac{|\pi - 3.142|}{\pi} \leq \frac{0.0005}{\pi} \leq$$

- Virhe
- Väliarvolause

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t-l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä $3,1415 \leq \pi < 3,1425$ joten 3,142 poikkeaa tarkasta arvosta enintään 0,0005.

$$\frac{|\pi - 3.142|}{\pi} \leq \frac{0.0005}{\pi} \leq \frac{0.0005}{3,1415} <$$

- Virhe
- Väliarvolause

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t - l|}{|t|}$.

Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä $3,1415 \leq \pi < 3,1425$ joten 3,142 poikkeaa tarkasta arvosta enintään 0,0005.

$$\frac{|\pi - 3.142|}{\pi} \leq \frac{0.0005}{\pi} \leq \frac{0.0005}{3,1415} < 1,6 \cdot 10^{-4} =$$

Virhe

Olkoon t tarkka arvo ja l likiarvo.
Absoluuttinen virhe on $|t - l|$.
Suhteellinen virhe on $\dfrac{|t-l|}{|t|}$.

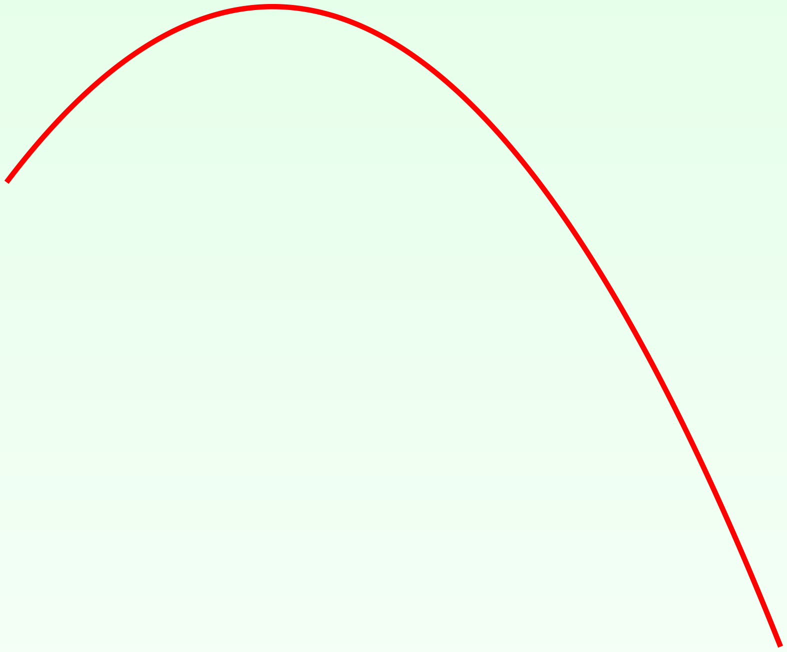
Esimerkki. Luvun π likiarvo on 3,142. Kuinka suuri suhteellinen virhe enintään tehdään luvulle π käyttäen tätä likiarvoa? Tarkempaa π:n arvoa ei tunneta.

Luvun π tarkka arvo on välillä $3,1415 \leq \pi < 3,1425$ joten 3,142 poikkeaa tarkasta arvosta enintään 0,0005.

$$\frac{|\pi - 3.142|}{\pi} \leq \frac{0.0005}{\pi} \leq \frac{0.0005}{3,1415} < 1,6 \cdot 10^{-4} = 0,016\%$$

Virhe
Väliarvolause

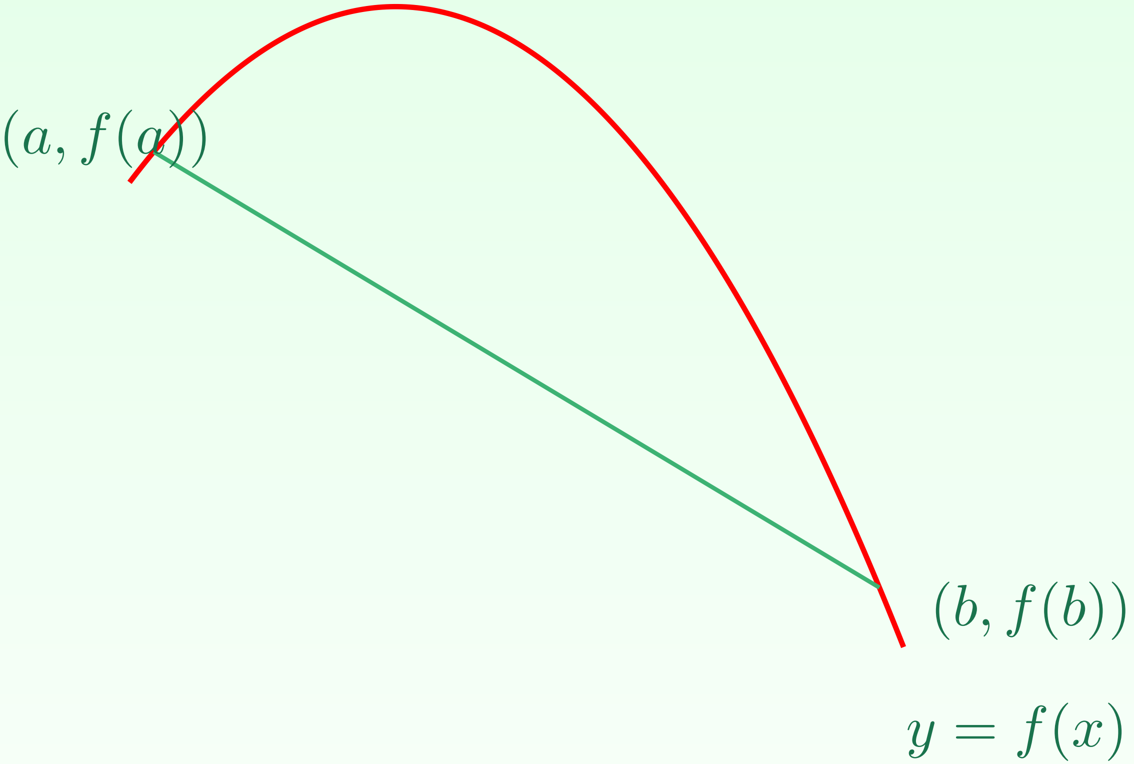
Väliarvolause



$y = f(x)$

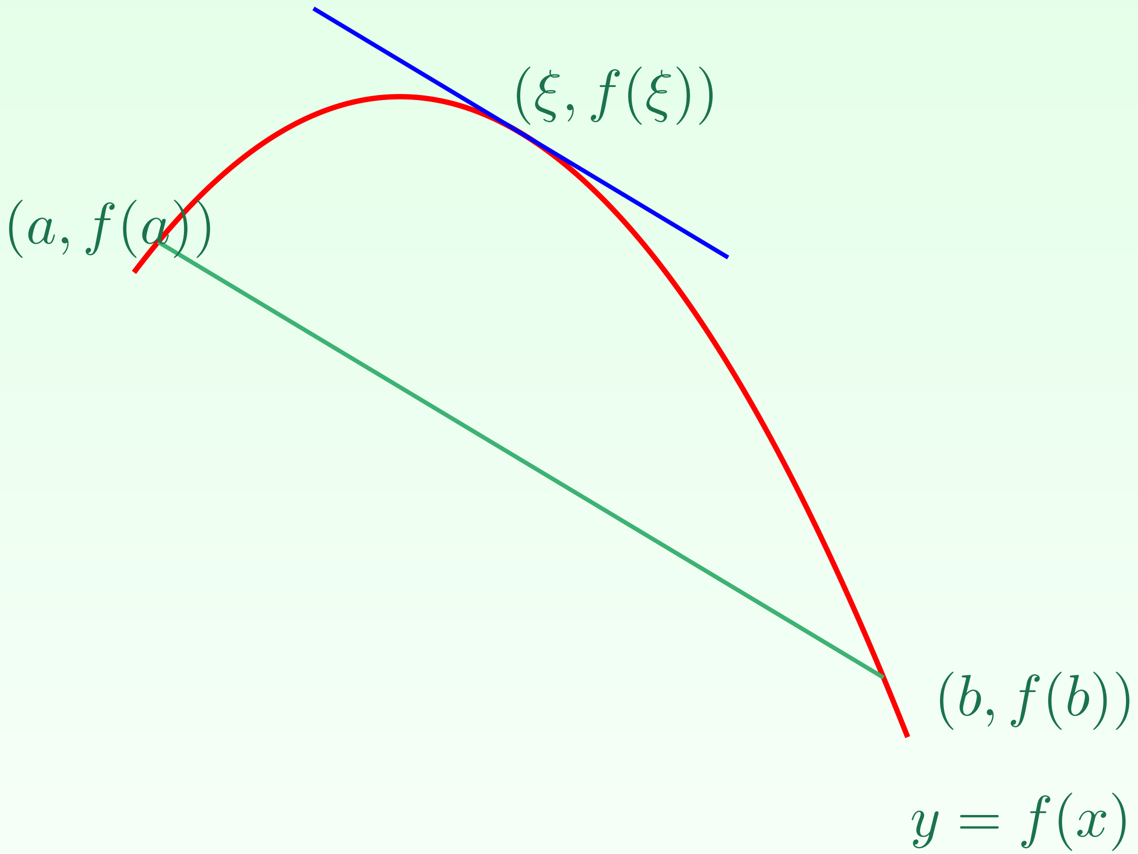
Väliarvolause

- Virhe
- Väliarvolause

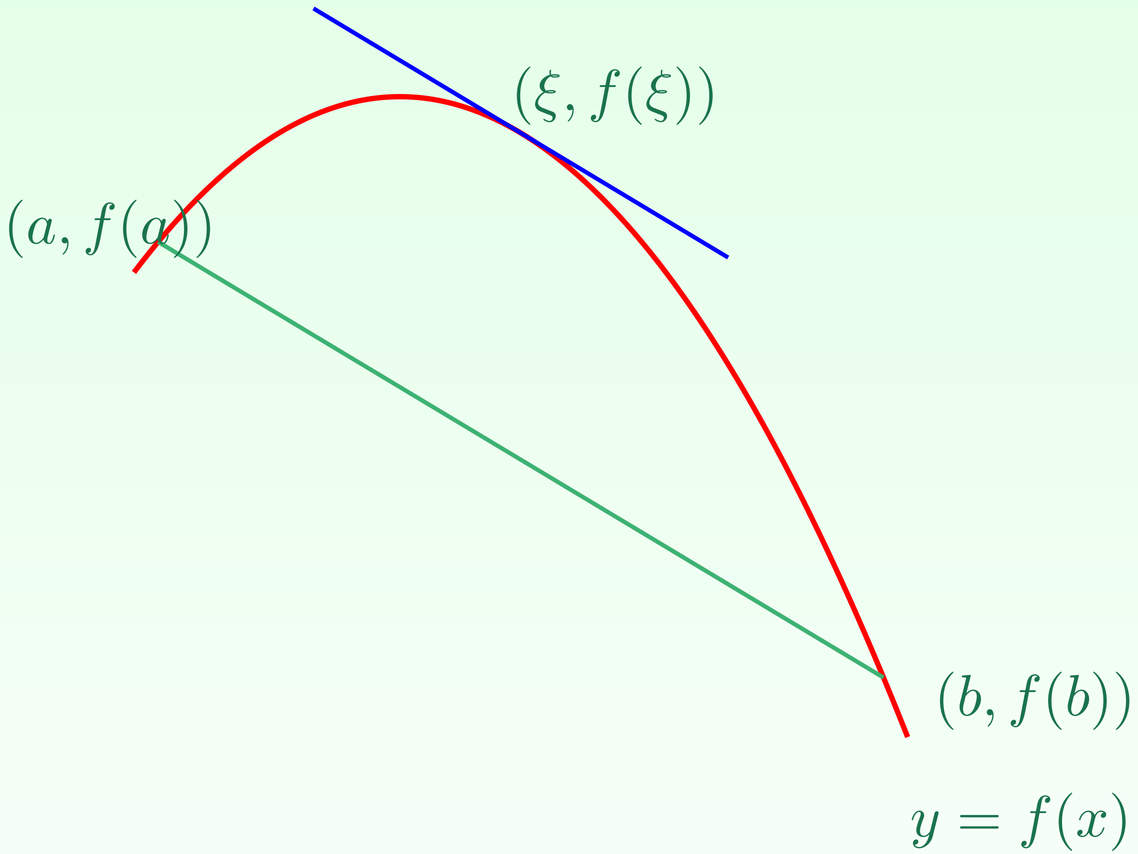


- Virhe
- Väliarvolause

Väliarvolause



Väliarvolause



Väliltä $]a, b[$ löytyy ainakin yksi kuvaajan piste, johon piirretyn tangentin kulmakerroin on sama kuin sekantin kulmakerroin.

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$$

Väliarvolause

Differentiaalilaskennan väliarvolause. Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$, niin on olemassa vähintään yksi kohta $\xi \in]a, b[$ siten, että

$$\boxed{f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)}.$$

- Virhe
- Väliarvolause

Väliarvolause

Differentiaalilaskennan väliarvolause. Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$, niin on olemassa vähintään yksi kohta $\xi \in]a, b[$ siten, että

$$\boxed{f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)}.$$

Väliarvolausetta voidaan käyttää arvioitaessa virhettä, joka syntyy laskettaessa funktion arvo käyttäen argumentin likiarvoa.

Väliarvolause

Differentiaalilaskennan väliarvolause. Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$, niin on olemassa vähintään yksi kohta $\xi \in]a, b[$ siten, että

$$\boxed{f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)}.$$

Väliarvolausetta voidaan käyttää arvioitaessa virhettä, joka syntyy laskettaessa funktion arvo käyttäen argumentin likiarvoa.Olkoon b argumentin tarkka arvo ja a likiarvo. Silloin virhe on

Väliarvolause

- Virhe
- Väliarvolause

Differentiaalilaskennan väliarvolause. Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$, niin on olemassa vähintään yksi kohta $\xi \in]a, b[$ siten, että

$$\boxed{f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)}.$$

Väliarvolausetta voidaan käyttää arvioitaessa virhettä, joka syntyy laskettaessa funktion arvo käyttäen argumentin likiarvoa.Olkoon b argumentin tarkka arvo ja a likiarvo. Silloin virhe on

$$|f(b) - f(a)| = \left|f'(\xi)\right| |b - a| .$$

Väliarvolause

- Virhe
- Väliarvolause

Differentiaalilaskennan väliarvolause. Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$, niin on olemassa vähintään yksi kohta $\xi \in]a, b[$ siten, että

$$\boxed{f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)}.$$

Väliarvolausetta voidaan käyttää arvioitaessa virhettä, joka syntyy laskettaessa funktion arvo käyttäen argumentin likiarvoa.Olkoon b argumentin tarkka arvo ja a likiarvo. Silloin virhe on

$$|f(b) - f(a)| = \left|f'(\xi)\right| |b - a| \,.$$

Jos tiedetään derivaatan itseisarvon yläraja välillä $]a, b[$, ts.

- Virhe
- Väliarvolause

Väliarvolause

Differentiaalilaskennan väliarvolause. Jos funktio f on jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$, niin on olemassa vähintään yksi kohta $\xi \in]a, b[$ siten, että

$$\boxed{f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)}.$$

Väliarvolausetta voidaan käyttää arvioitaessa virhettä, joka syntyy laskettaessa funktion arvo käyttäen argumentin likiarvoa.Olkoon b argumentin tarkka arvo ja a likiarvo. Silloin virhe on

$$|f(b) - f(a)| = \left|f'(\xi)\right| |b - a| .$$

Jos tiedetään derivaatan itseisarvon yläraja välillä $]a, b[$, ts. $|f'(x)| \leq M \quad (\forall x \in]a, b[)$, niin

$$|f(b) - f(a)| \leq M |b - a| .$$

- Virhe
- Väliarvolause

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$

- Virhe
- Väliarvolause

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182; 2,72[$.

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182; 2,72[$.

$|f'(x)| = 3x^2 \leq$

- Virhe
- Väliarvolause

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182; 2,72[$.

$|f'(x)| = 3x^2 \leq 3 \cdot 2,72^2 = M$

- Virhe
- Väliarvolause

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182; 2,72[$.

$$|f'(x)| = 3x^2 \leq 3 \cdot 2,72^2 = M$$

$$\begin{aligned} |f(e) - f(2,72)| &\leq 3 \cdot 2,72^2 |e - 2,72| \\ &\leq \end{aligned}$$

- Virhe
- Väliarvolause

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182;2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182;2,72[$.

$|f'(x)| = 3x^2 \leq 3 \cdot 2,72^2 = M$

$$\begin{aligned} |f(e) - f(2,72)| &\leq 3 \cdot 2,72^2 |e - 2,72| \\ &\leq 3 \cdot 2,72^2 |2,7182 - 2,72| < \end{aligned}$$

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182; 2,72[$.

$|f'(x)| = 3x^2 \leq 3 \cdot 2,72^2 = M$

$$\begin{aligned} |f(e) - f(2,72)| &\leq 3 \cdot 2,72^2 |e - 2,72| \\ &\leq 3 \cdot 2,72^2 |2,7182 - 2,72| < 0,04 \end{aligned}$$

- Virhe
- Väliarvolause

Esimerkki

Kuinka suuri virhe tehdään, kun e^3 lasketaan käyttäen Neperin luvulle e likiarvoa 2,72?

$e \in]2,7182; 2,72[$
Olkoon $f(x) = x^3, \quad x \in]2,7182; 2,72[$.

$|f'(x)| = 3x^2 \leq 3 \cdot 2,72^2 = M$

$$\begin{aligned} |f(e) - f(2,72)| &\leq 3 \cdot 2,72^2 |e - 2,72| \\ &\leq 3 \cdot 2,72^2 |2,7182 - 2,72| < 0,04 \end{aligned}$$