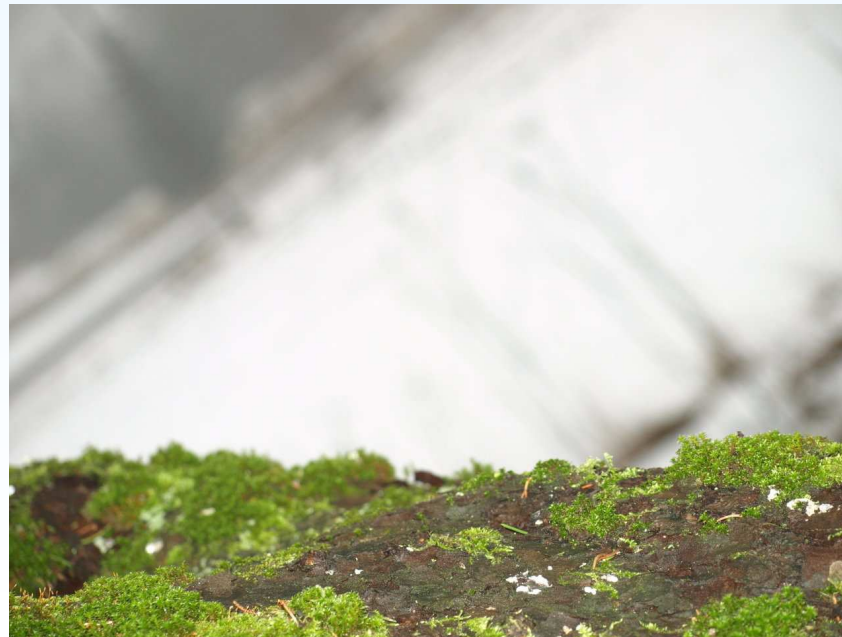


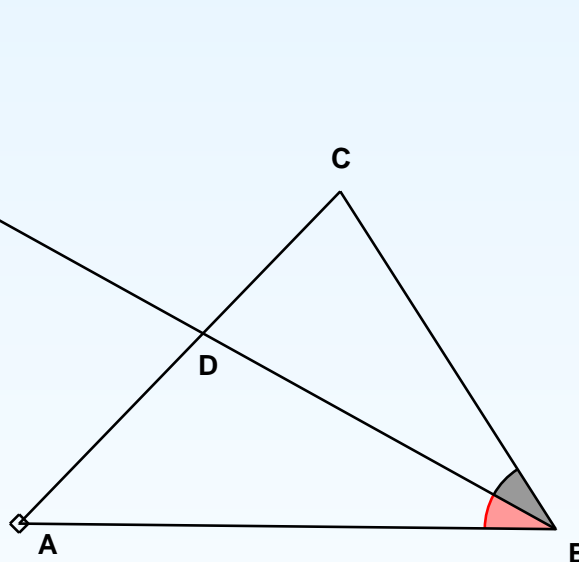
Kolmioon liittyviä lauseita

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Kulmanpuolittajalause

Lause. Kolmion kulman puolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteessa.



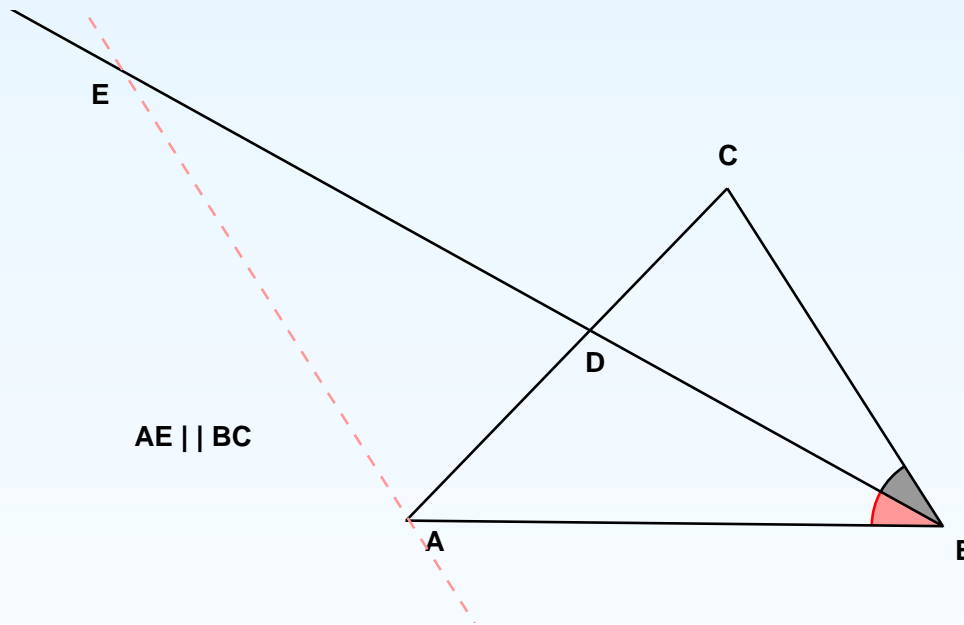
Oletus. $\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBD$.

Väitös. $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CB}$

Todistus.

Kulmanpuolittajalause

Lause. Kolmion kulman puolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteessa.



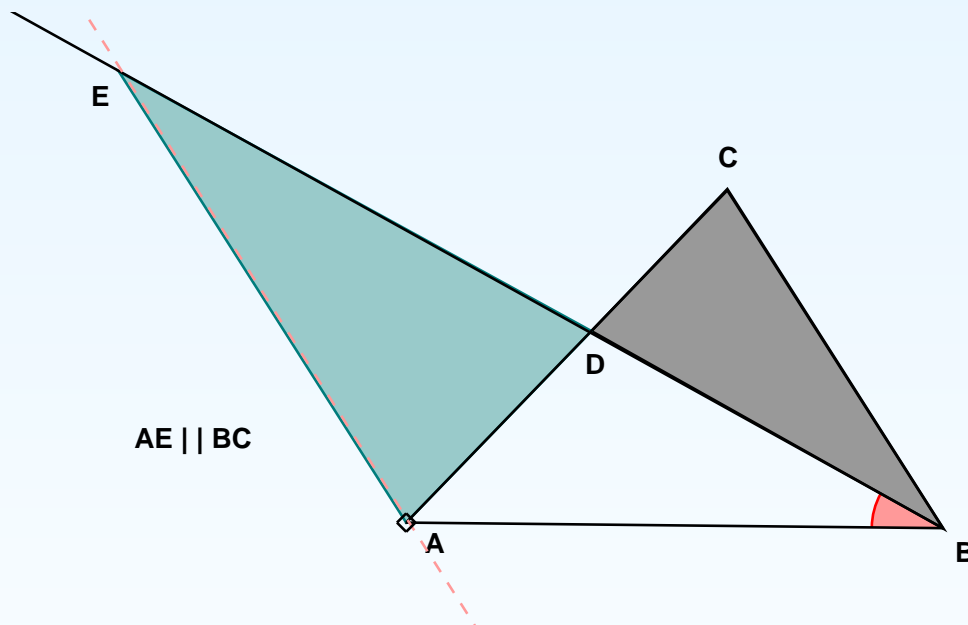
Oletus. $\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBD$.

Väitös. $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CB}$

Todistus.

Kulmanpuolittajalause

Lause. Kolmion kulman puolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteessa.



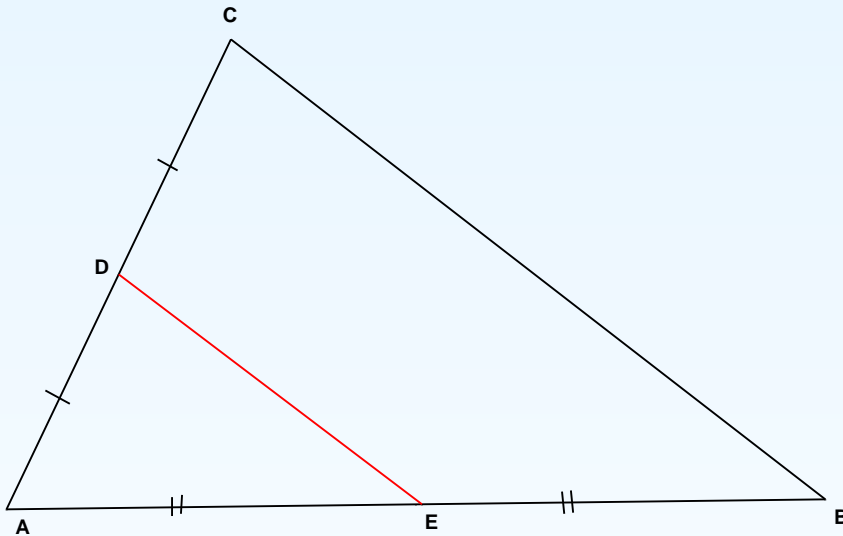
Oletus. $\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBD$.

Väitös. $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CB}$

Todistus. Miksi tummennetut kolmiot ovat yhdenmuotoiset. Mitä siitä seuraa?

Kolmion kahden sivun keskijanojen yhdysjana

Lause. Kolmion kahden sivun keskipisteiden yhdysjana on kolmannen suuntainen ja puolet siitä.

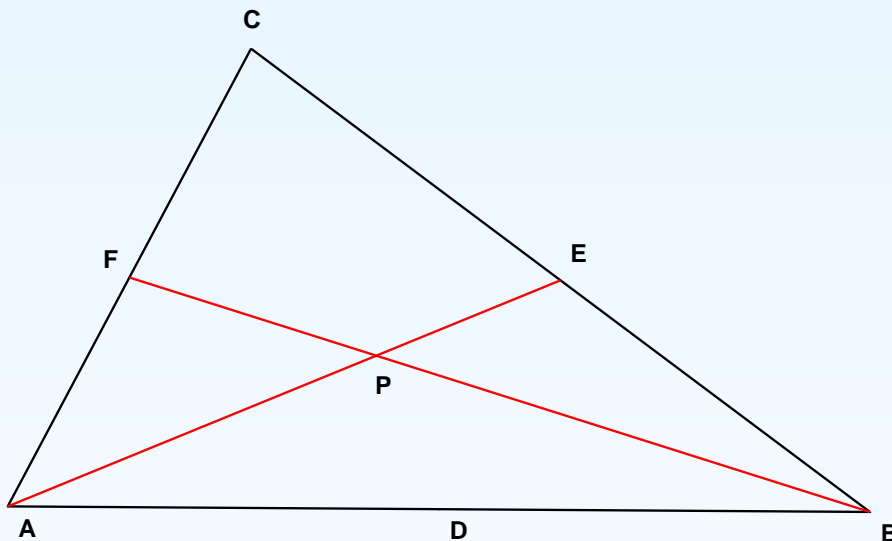


Todistus. Tarkastellaan kolmioita ABC ja AED.

- Miksi ne ovat yhdenmuotoiset?
- Mikä on mittakaava?
- Miksi $ED \parallel BC$?

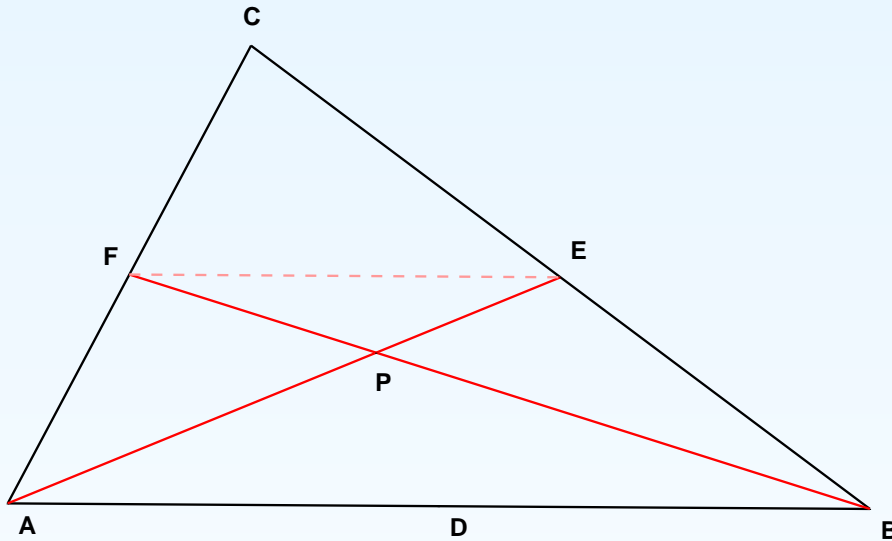
Kolmion merkittävät pisteet I

Lause. Kolmion keskijanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat kärjestä lukien suhteessa 2:1.



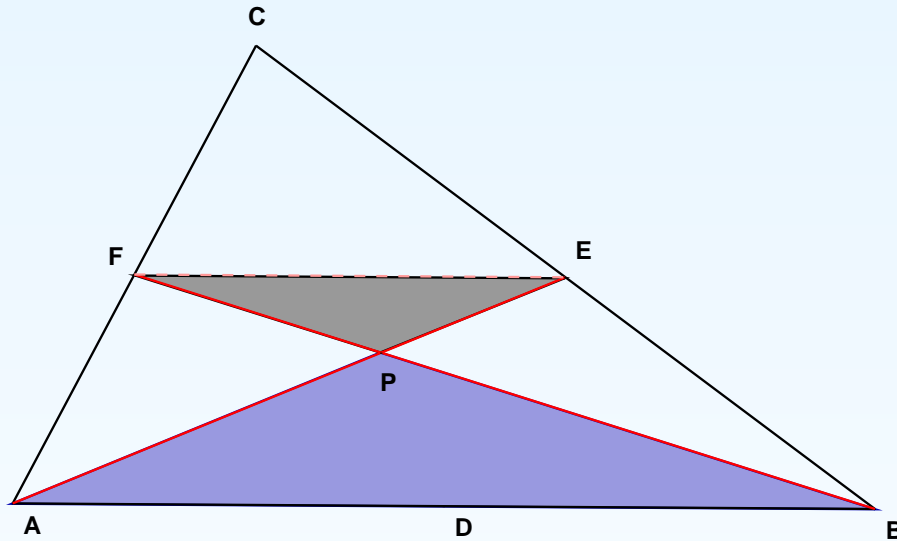
Kolmion merkilliset pisteet I

Lause. Kolmion keskijanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat kärjestä lukien suhteessa 2:1.



Kolmion merkilliset pisteet I

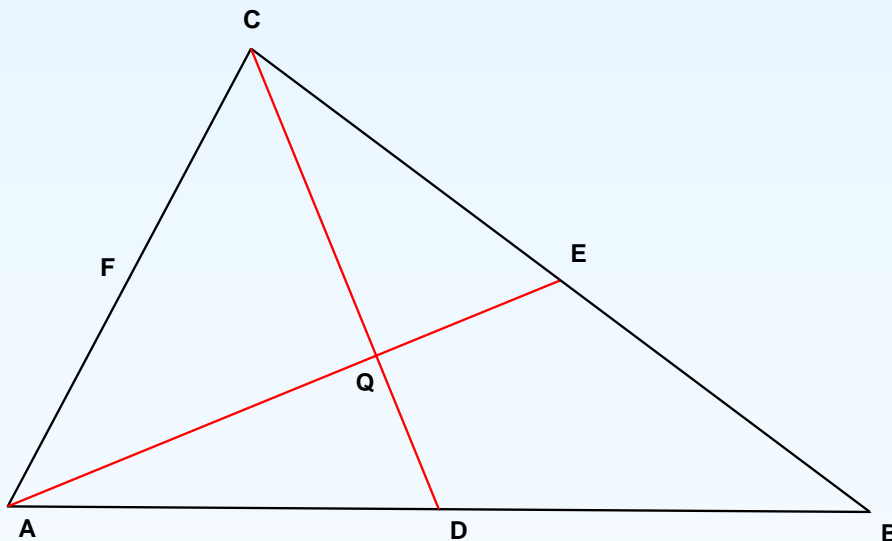
Lause. Kolmion keskijanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat kärjestä lukien suhteessa 2:1.



Todistus. Miksi tummennetut kolmiot ovat yhdenmuotoiset? Mitä siitä seuraa?

Kolmion merkilliset pisteet I

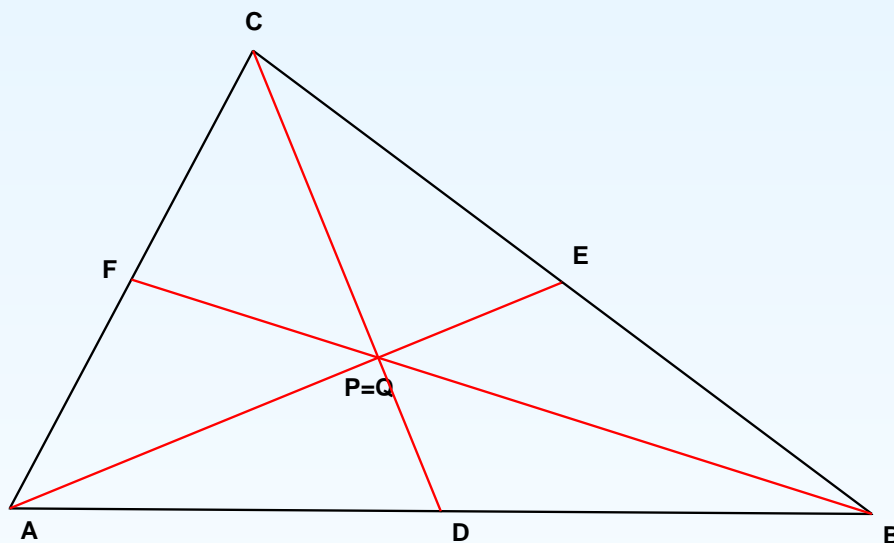
Lause. Kolmion keskijanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat kärjestä lukien suhteessa 2:1.



Todistus. Vastaavasti osoitetaan, että keskijanojen AE ja CD leikkauspiste Q jakaa keskijanat suhteessa 2:1.

Kolmion merkilliset pisteet I

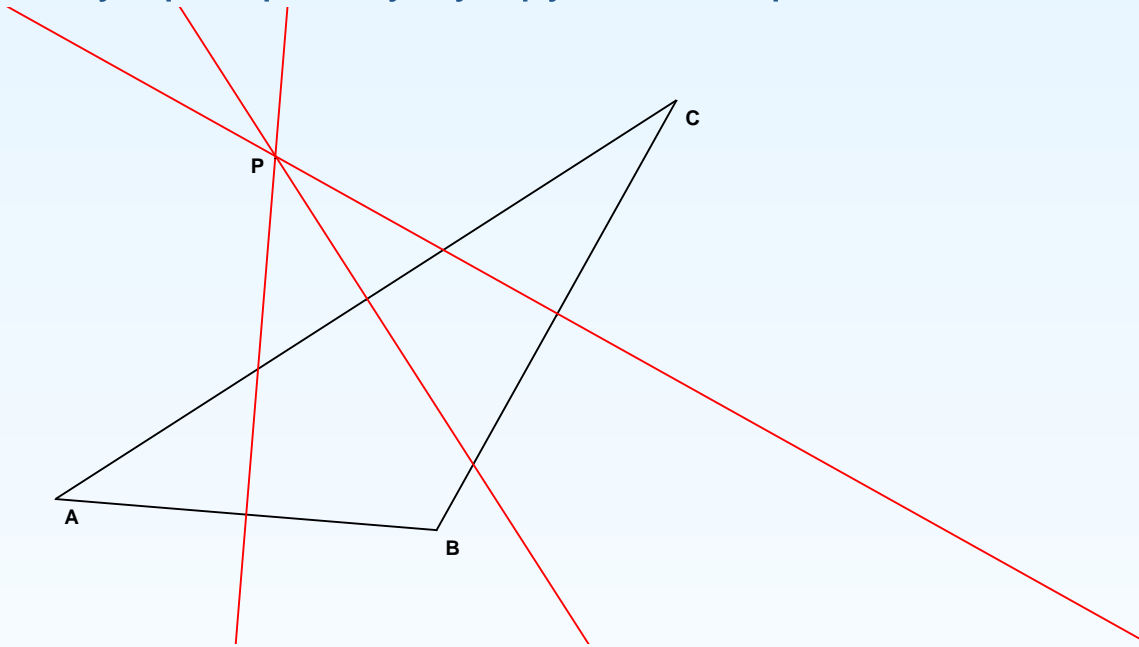
Lause. Kolmion keskijanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat kärjestä lukien suhteessa 2:1.



Todistus. Koska P ja Q jakavat molemmat keskijanan AE suhteessa 2:1, niin P ja Q ovat sama piste. Täten keskijanat leikkaavat samassa pisteessä.

Kolmion merkilliset pisteet II

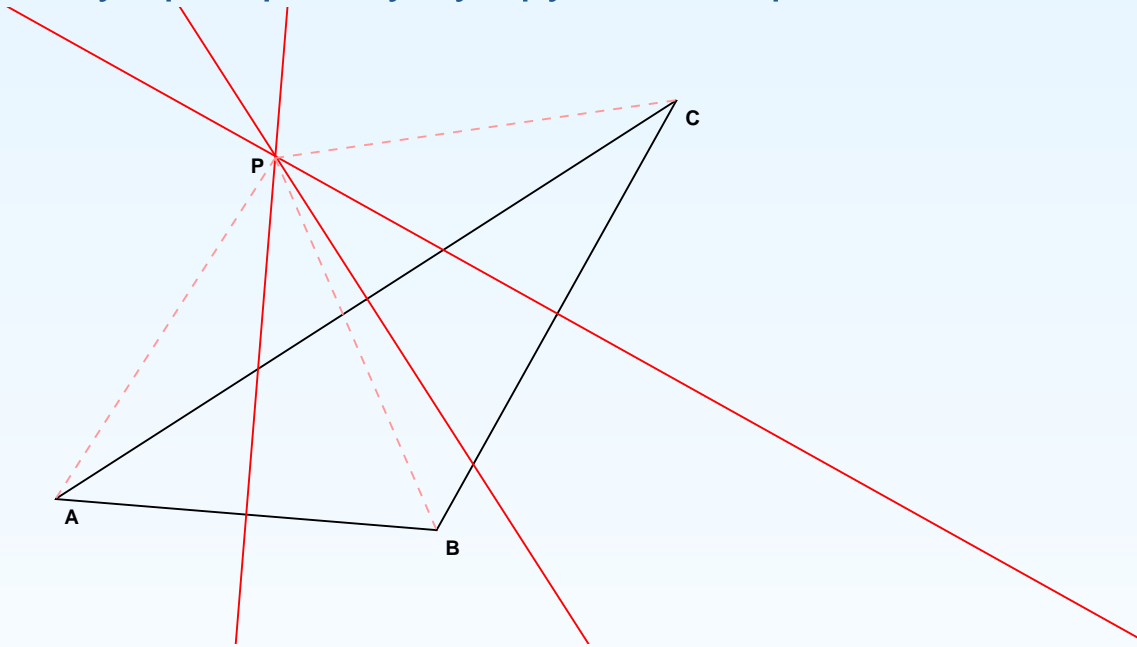
Lause. Kolmion sivujen keskinormaalit leikkaavat samassa pisteessä, joka on myös kolmion ympäri piirretyn ympyrän keskipiste.



Todistus.

Kolmion merkilliset pisteet II

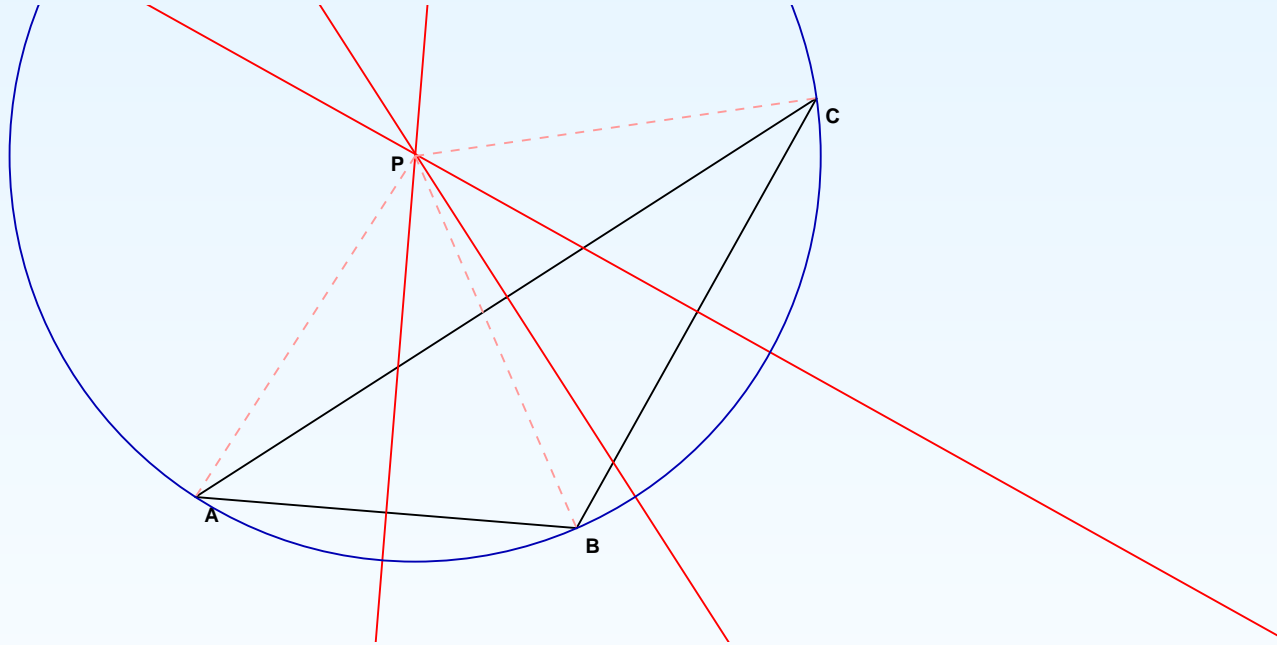
Lause. Kolmion sivujen keskinormaalit leikkaavat samassa pisteessä, joka on myös kolmion ympäri piirretyn ympyrän keskipiste.



Todistus. Olkoon piste P sivujen AB ja AC keskinormaalien leikkauspiste. Miksi se on myös sivun BC keskinormaalilla?

Kolmion merkilliset pisteet II

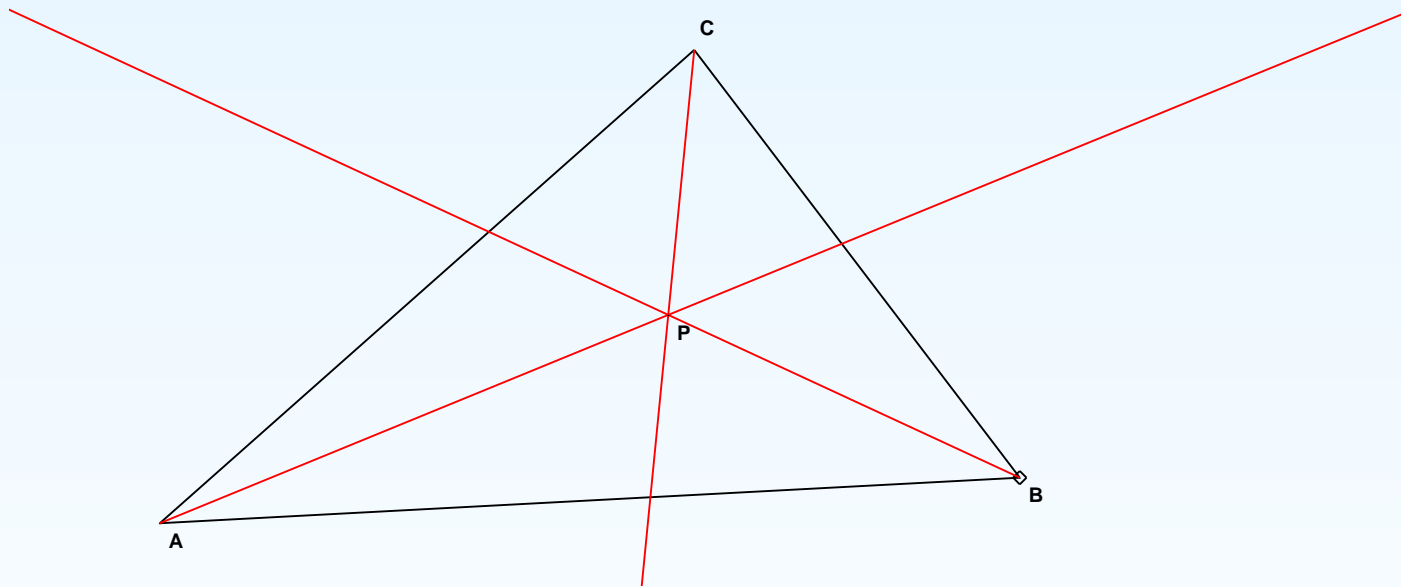
Lause. Kolmion sivujen keskinormaalit leikkaavat samassa pisteessä, joka on myös kolmion ympäri piirretyn ympyrän keskipiste.



Todistus. Miksi ympyrä kulkee kolmion kaikkien kärkipisteiden kautta?

Kolmion merkilliset pisteet III

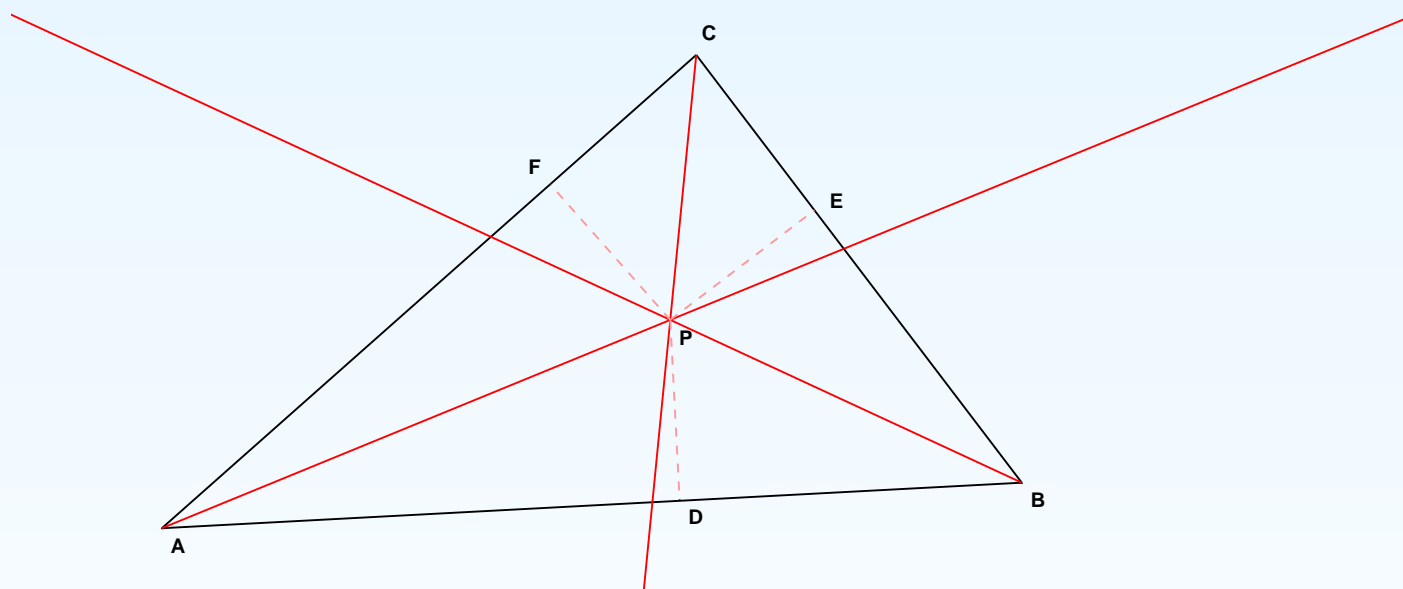
Lause. Kolmion kulman puolittajat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka on myös kolmion sisään piirretyn ympyrän keskipiste.



Todistus.

Kolmion merkilliset pisteet III

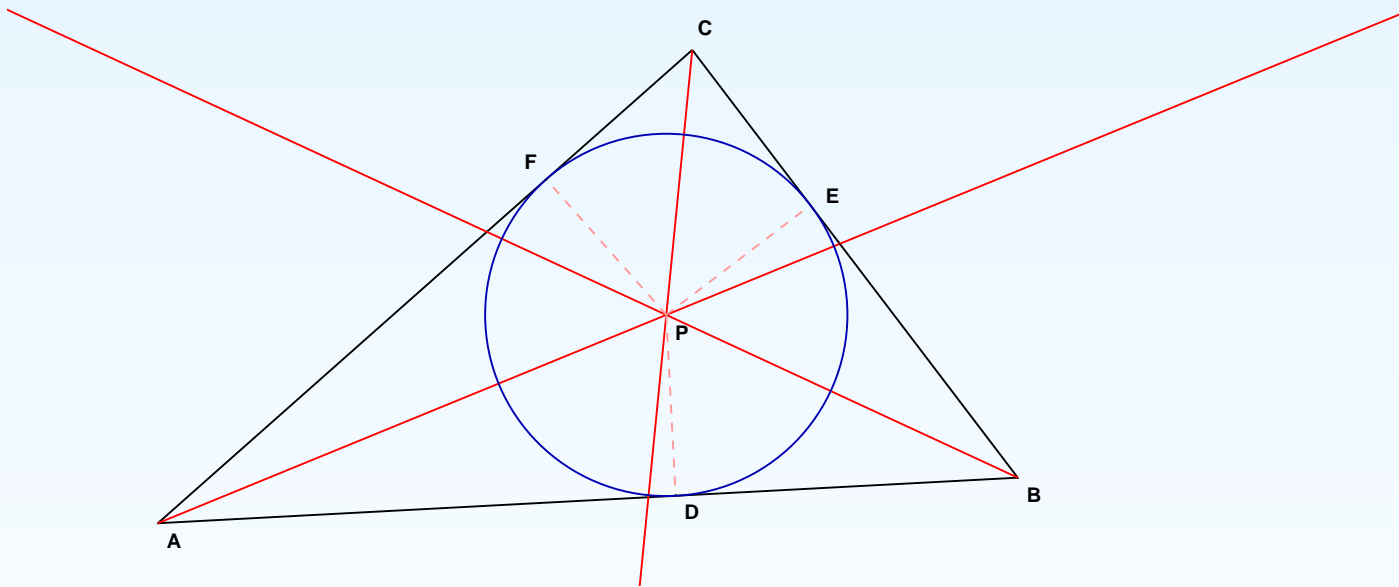
Lause. Kolmion kulman puolittajat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka on myös kolmion sisään piirretyn ympyrän keskipiste.



Todistus. Olkoon P kulmien A ja B puolittajien leikkauspiste. Miksi se on myös kulman C puolittajalla?

Kolmion merkilliset pisteet III

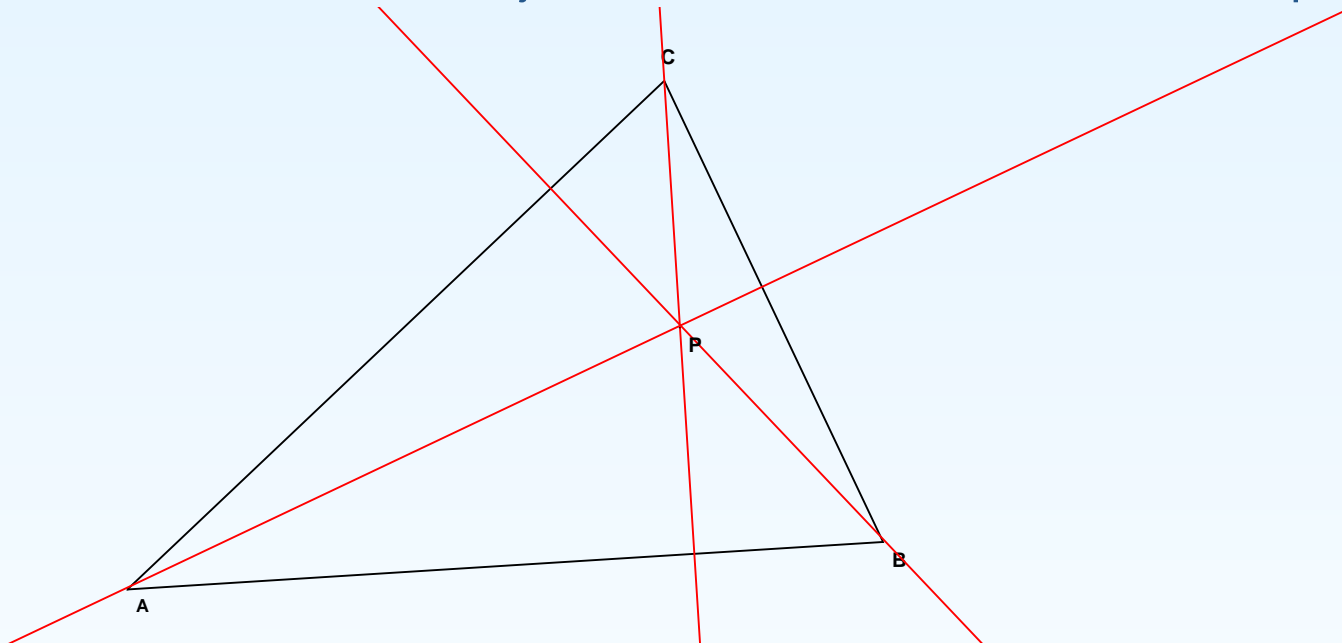
Lause. Kolmion kulman puolittajat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka on myös kolmion sisään piirretyn ympyrän keskipiste.



Todistus. Miksi ympyrä sivuaa kaikkia kolmion kylkiä?

Kolmion merkilliset pisteet IV

Lause. Kolmion korkeusjanat leikkaavat toisensa samassa pisteessä.



Todistus ohitetaan.