

Itseisarvo

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Osa I: Itseisarvon määritelmä	2
Itseisarvo	3
Itseisarvon geometrinen tulkinta	6
Laskusäännöt	7
Osa II: Itseisarvoyhtälöt	8
$ f(x) = a$	9
$ f(x) = g(x) $	10
Muut itseisarvoyhtälöt	11
Osa III: Itseisarvoepäyhtälöt	12
$ f(x) \leq a$	13
$ f(x) \geq a$	14
$ f(x) \geq g(x) $ ja vastaavat	15
Muut itseisarvoepäyhtälöt	16

Itseisarvo

Esimerkki.

$$\begin{aligned} |5| &= 5 \\ |-5| &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{|2 - \sqrt{5}|}_{<0} &= -(2 - \sqrt{5}) \\ &= -2 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

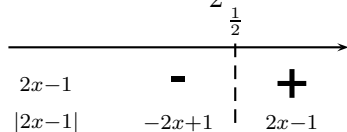
Määritelmä 1.

$$|x| = \begin{cases} x & , \text{kun } x \geq 0 \\ -x & , \text{kun } x < 0 \end{cases}$$

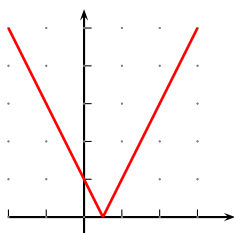
Esimerkki

Olkoon $f(x) = |2x - 1|$. Poista itseisarvomerkit ja piirrä funktion kuvaaja.

$$2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$



$$f(x) = |2x - 1| = \begin{cases} -2x + 1 & , \text{kun } x \leq \frac{1}{2} \\ 2x - 1 & , \text{kun } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

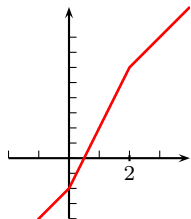


Esimerkki

Olkoon $f(x) = 2x + |x| - |2 - x|$. Poista itseisarvomerkit ja piirrä kuvaaja.

	0	2	
x	-	+	+
2-x	+	+	-
$2x + x - 2-x $	$2x - x - (2-x)$	$2x + x - (2-x)$	$2x + x + (2-x)$

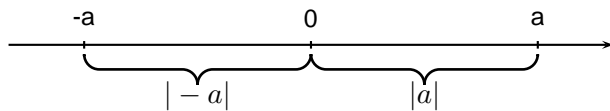
$$f(x) = 2x + |x| - |2 - x| = \begin{cases} 2x - 2, & \text{kun } x \leq 0 \\ 4x - 2, & \text{kun } 0 < x < 2 \\ 2x + 2, & \text{kun } x \geq 2 \end{cases}$$



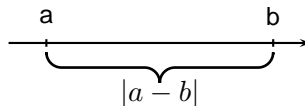
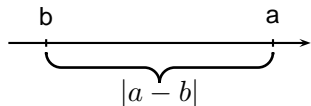
5 / 16

Itseisarvon geometrinen tulkinta

Luvun itseisarvo on luvun etäisyys origosta.



Lukujen a ja b etäisyys



6 / 16

Laskusäännöt

Katso oppikirjasta sivu 8.

7 / 16

Osa II: Itseisarvoyhtälöt

8 / 16

$$|f(x)| = a$$

Jos $a < 0$, niin ei ratkaisuja.

Jos $a \geq 0$, niin $f(x) = a \quad \vee \quad f(x) = -a$.

9 / 16

$$|f(x)| = |g(x)|$$

Yhtälö voidaan ratkaista kahdella vaihtoehdoisella tavalla.

- Tapa 1. $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f(x) = g(x) \vee f(x) = -g(x)$
- Tapa 2. $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f(x)^2 = g(x)^2$

Neliöönkorotus tuottaa ekvivalentin yhtälön, koska alkuperäisen yhtälön molemmat puolet ovat epänegatiivisia.

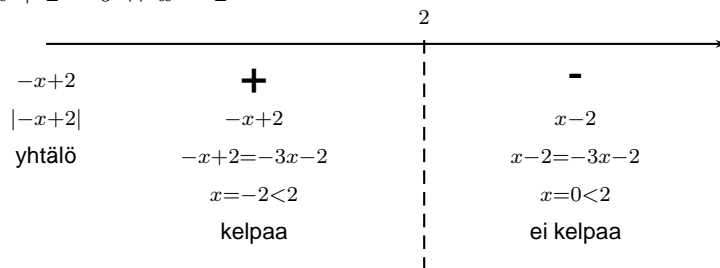
10 / 16

Muut itseisarvoyhtälöt

Ratkaistaan käyttämällä itseisarvon määritelmää.

$$|-x + 2| = -3x - 2$$

$$-x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$



11 / 16

Osa III: Itseisarvoepäyhtälöt

12 / 16

$$|f(x)| \leq a$$

Jos vakio $a < 0$, niin ei ratkaisuja.

Jos vakio $a \geq 0$, niin $-a \leq f(x) \leq a$.

13 / 16

$$|f(x)| \geq a$$

Jos vakio $a < 0$, niin ratkaisuina kaikki määrittelyjoukon alkio.

Jos vakio $a \geq 0$, niin $f(x) \geq a \vee f(x) \leq -a$.

14 / 16

$$|f(x)| \geq |g(x)| \text{ ja vastaavat}$$

Koska epäyhtälön molemmat puolet ovat epänegatiivisia (≥ 0), niin

$$|f(x)| \geq |g(x)| \Leftrightarrow f(x)^2 \geq g(x)^2$$

15 / 16

