

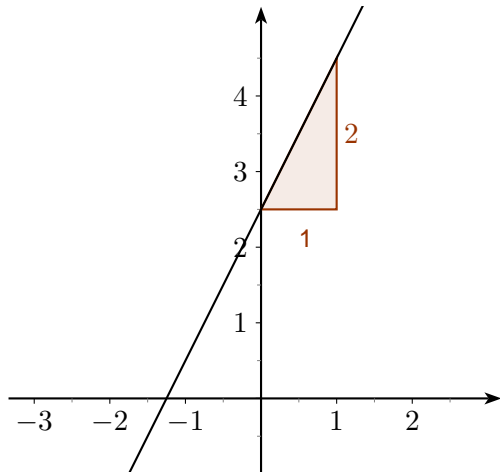
Suora

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Suoran piirtäminen	2
Suoran yhtälö	3
Kulmakerroin	5
Suuntakulma	6
Suuntakulma ja kulmakerroin	7
Suoran yhtälön määrittäminen	8
Lineaarinen yhtälö	10
Suoraparvet	11
Pisteen etäisyys suorasta	12
Suorien yhdensuuntaisuus	13
Suorien kohtisuoruus	14
Suorien välinen kulma	15

Suoran piirtäminen

Esimerkki. Piirrä suora $-4x + 2y - 5 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{5}{2}$.



2 / 16

Suoran yhtälö

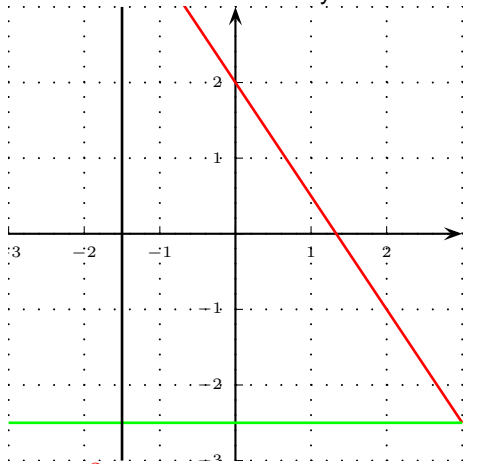
$y = kx + b$, missä k on *kulmakerroin* ja b *y*-akselin leikkauskohta.

- $k > 0$ nouseva suora
- $k < 0$ laskeva suora
- $k = 0$ *x*-akselin suuntainen suora
- *y*-akselin suuntaisella suoralla ei ole kulmakerrointa

3 / 16

Esimerkki

Määritä alla olevien suorien yhtälöt.

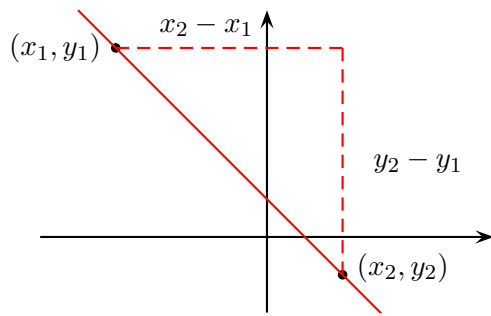


$$y = -\frac{3}{2}x + 2 \quad y = -2\frac{1}{2} \quad x = -1\frac{1}{2}$$

4 / 16

Kulmakerroin

Suora kulkee pisteiden (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) kautta.

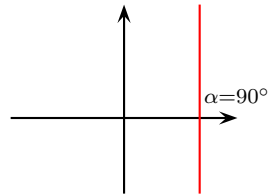
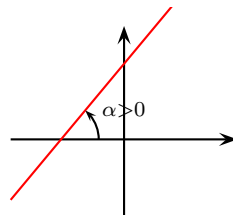
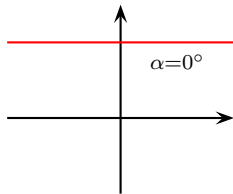
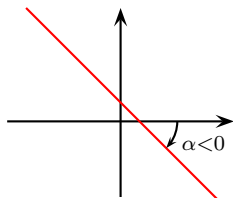


$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad x_1 \neq x_2$$

5 / 16

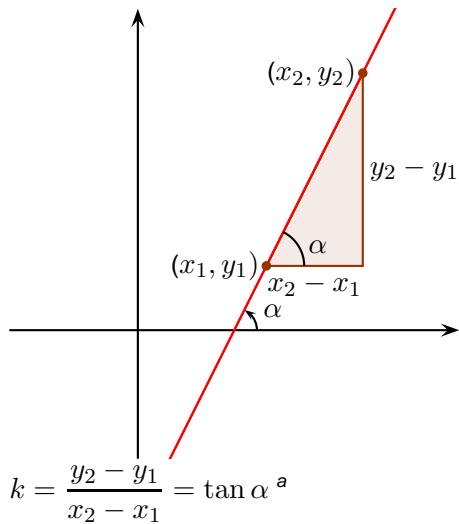
Suuntakulma

Suoran suuntakulma on suoran ja positiivisen x-akselin välisestä suunnatuista kulmista itseisarvoltaan pienempi.



6 / 16

Suuntakulma ja kulmakerroin

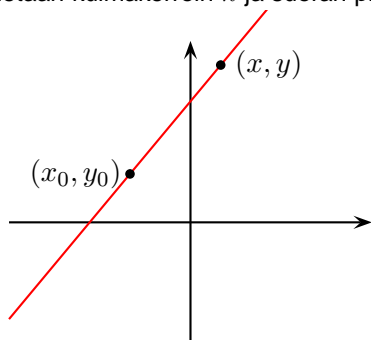


7 / 16

^a Kaava pätee myös, kun $\alpha \leq 0^\circ$, katso oppikirja sivu 44.

Suoran yhtälön määrittäminen

Tunnetaan kulmakerroin k ja suoran piste (x_0, y_0) .



$$k = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

8 / 16

Suoran yhtälön määrittäminen

Tunnetaan kaksi suoran pistettä (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) .

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1), x_1 \neq x_2$$

9 / 16

Lineaarinen yhtälö

Lineaarinen yhtälö $ax + by + c = 0$ esittää suoraa, jos $a \neq 0 \vee b \neq 0$.

Perustelu.

$$by = -ax - c$$
$$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}, \quad b \neq 0$$

Jos $b = 0$ ja $a \neq 0$, niin $ax + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-c}{a}$

10 / 16

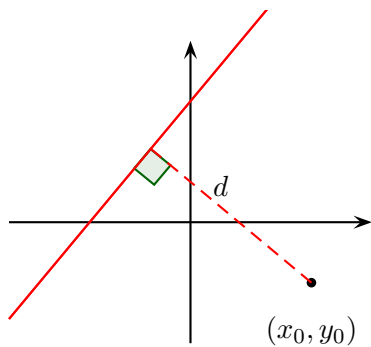
Suoraparvet

- $y = \frac{1}{2}x + b$
- Pisteen $(2, -1)$ kautta kulkevien suorien parvi: $y + 1 = k(x - 2) \vee x = 2$

11 / 16

Pisteen etäisyys suorasta

Pisteen (x_0, y_0) etäisyys suorasta $ax + by + c = 0$.



$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

12 / 16

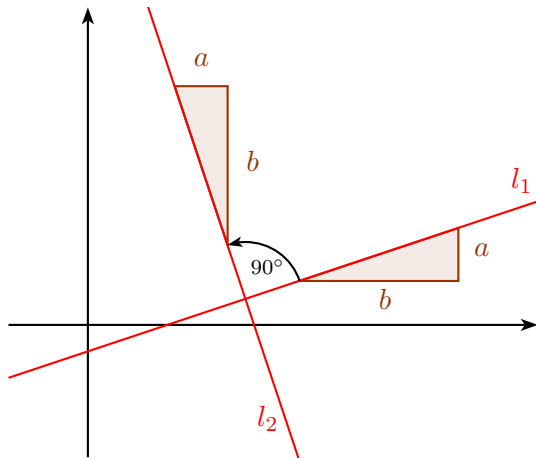
Suorien yhdensuuntaisuus

Suorat ovat yhdensuuntaiset, joss. niiden kulmakertoimet ovat samat (tai ne ovat y-akselin suuntaisia).

Esimerkki. Millä vakion a arvoilla suorat $2x + ay - 1 = 0$ ja $ax + x + y + 2 = 0$ ovat yhdensuuntaiset?

13 / 16

Suorien kohtisuoruus



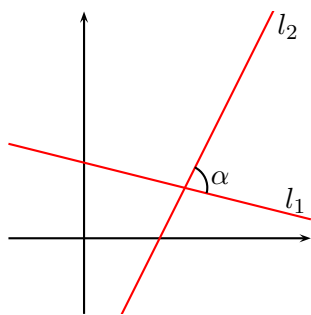
$$k_1 = \frac{a}{b}, \quad k_2 = -\frac{b}{a}, \quad \text{joten } k_1 k_2 = \frac{a}{b} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) = -1$$

$l_1 \perp l_2$ joss. $k_1 k_2 = -1$ tai suorat x- ja y-akselien suuntaiset

14 / 16

Suorien välinen kulma

Suorat $y = k_1 x + b_1$ ja $y = k_2 x + b_2$.



Jos $l_1 \not\perp l_2$, niin

$$\tan \alpha = \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \right|, \quad 0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$$

15 / 16

Esimerkki

Määritä suorien $y = 2x - 2$ ja $x + 4y - 4 = 0$ välinen kulma $0,1^\circ$:n tarkkuudella

- ilman laskukaavaa,
- käyttäen laskukaavaa.

16 / 16