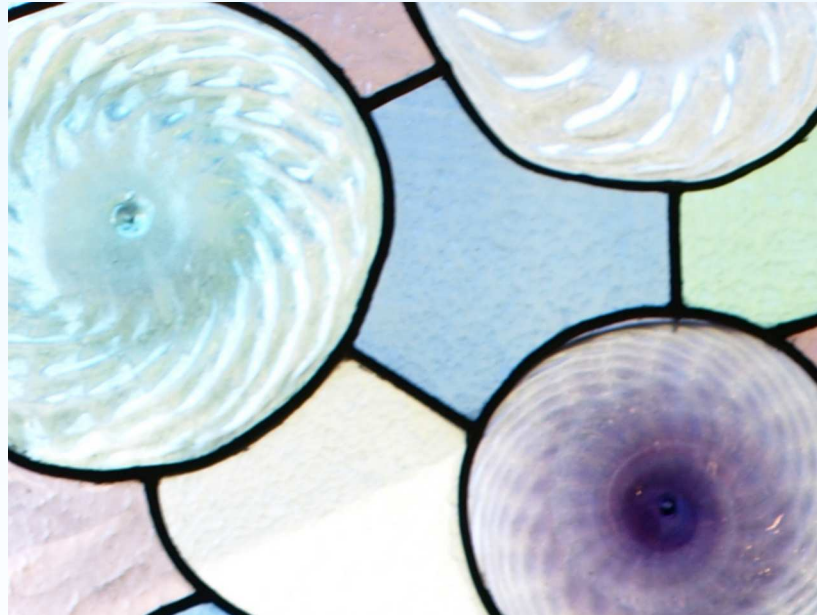


Paraabeli

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Paraabelin määritelmä

- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Paraabelin määritelmä

- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$.
Mikä on paraabelin yhtälö?

Paraabelin määritelmä

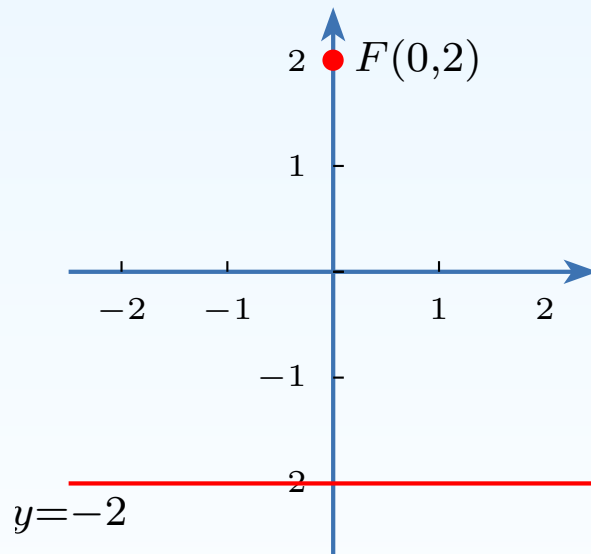
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



Paraabelin määritelmä

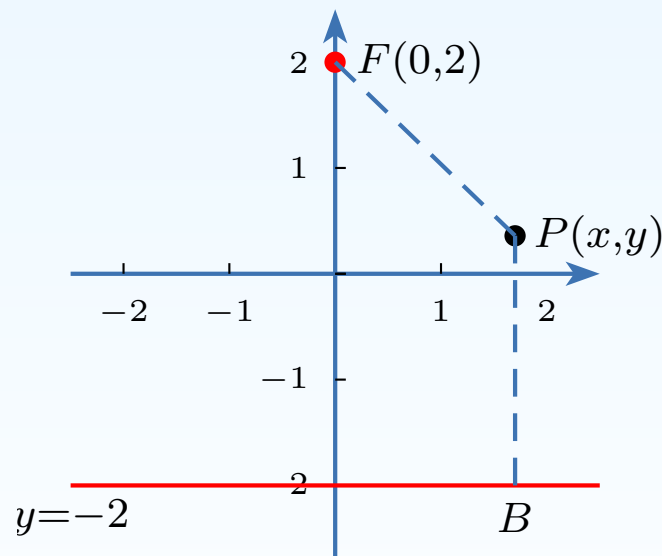
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

Paraabelin määritelmä

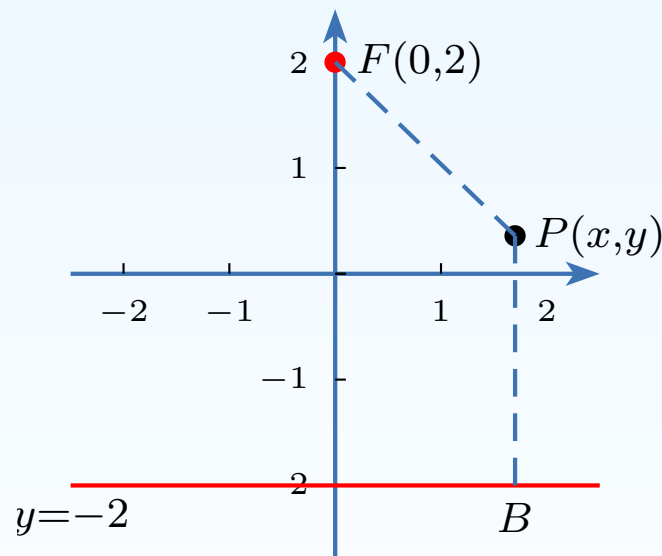
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

$$\Leftrightarrow PF = PB$$

Paraabelin määritelmä

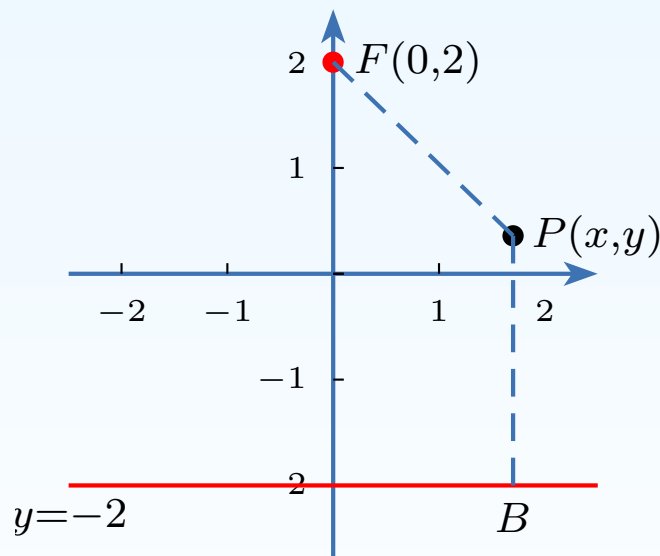
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

$$\Leftrightarrow PF = PB$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = |y - (-2)|$$

Paraabelin määritelmä

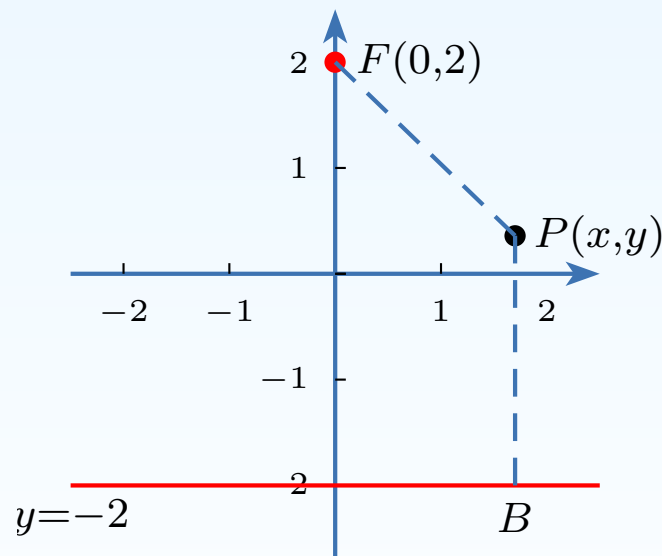
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

$$\Leftrightarrow PF = PB$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = |y - (-2)|$$

$$\Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = (y+2)^2$$

Paraabelin määritelmä

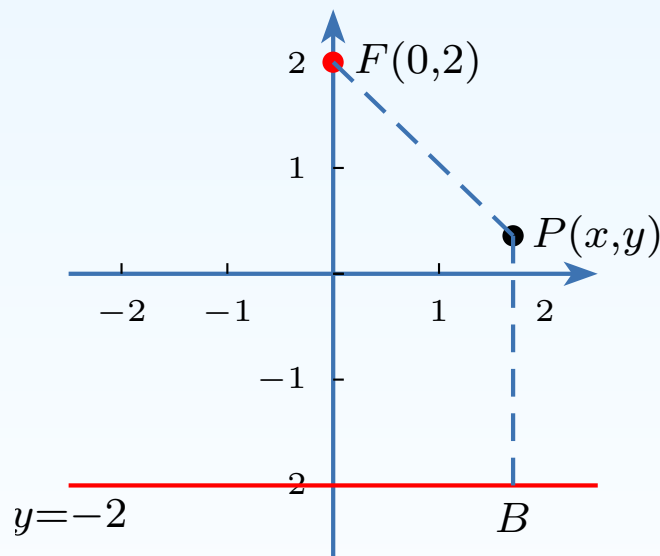
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

$$\Leftrightarrow PF = PB$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = |y - (-2)|$$

$$\Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = (y+2)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = y^2 + 4y + 4$$

Paraabelin määritelmä

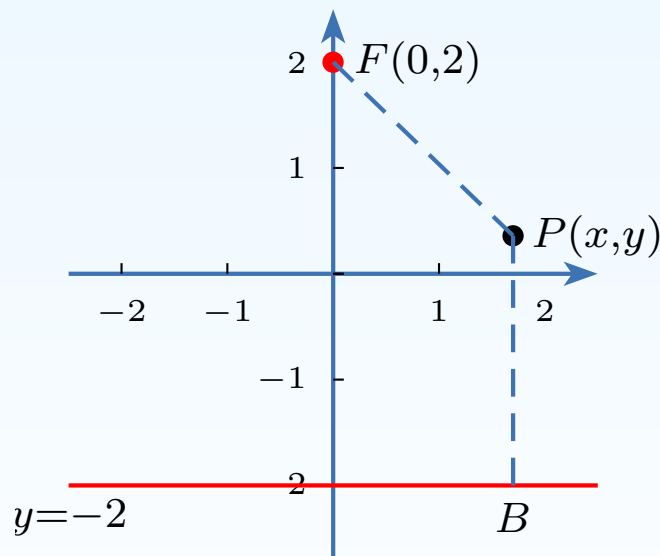
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

$$\Leftrightarrow PF = PB$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = |y - (-2)|$$

$$\Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = (y+2)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = y^2 + 4y + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 8y$$

Paraabelin määritelmä

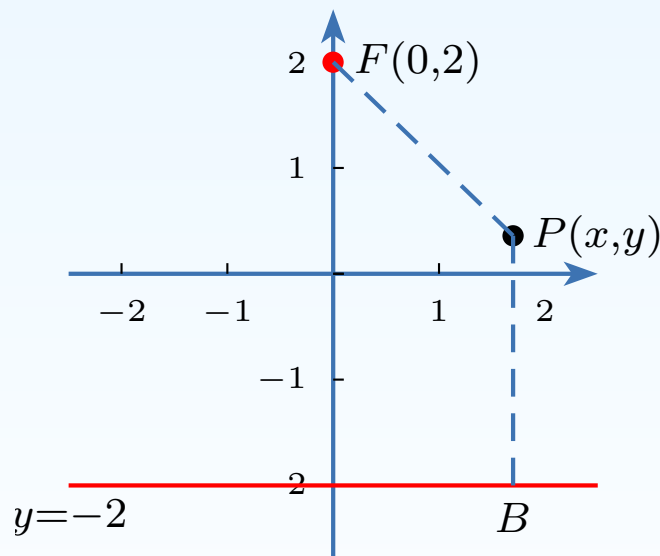
- Paraabelin määritelmä

- Johtosuora x-akselin suuntainen

- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?



P on paraabelilla

$$\Leftrightarrow PF = PB$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} = |y - (-2)|$$

$$\Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = (y+2)^2$$

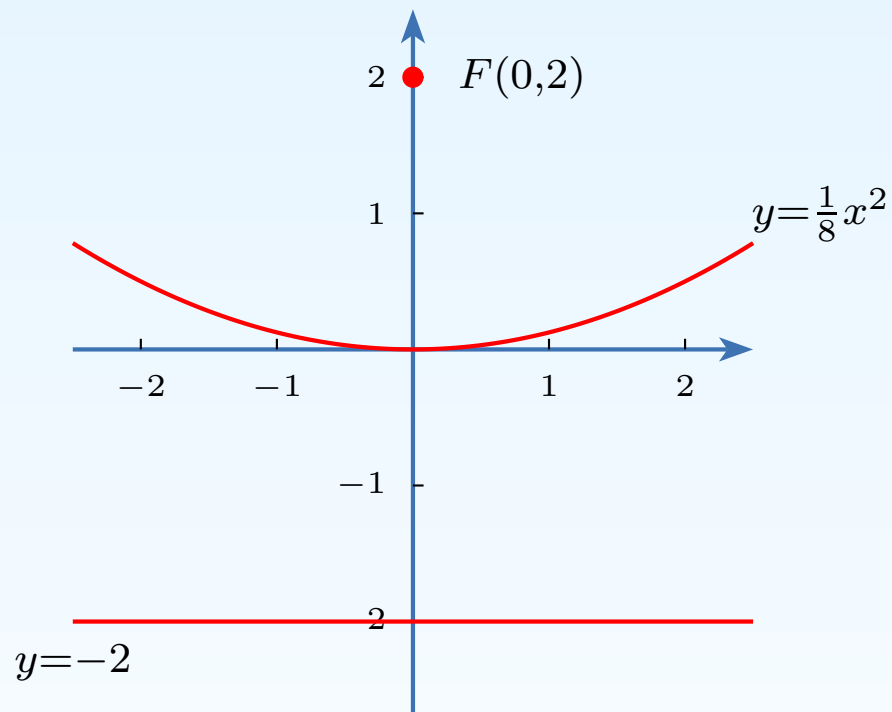
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = y^2 + 4y + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 8y$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{8}x^2$$

Esimerkki jatkuu

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen



Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa:

Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$

Johtosuora x-akselin suuntainen

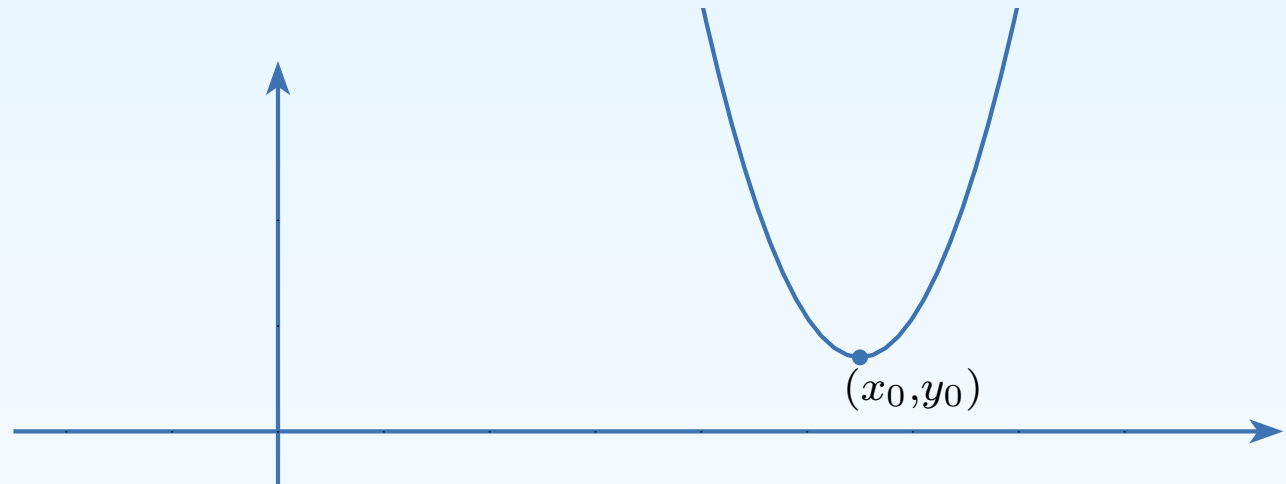
- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :

Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

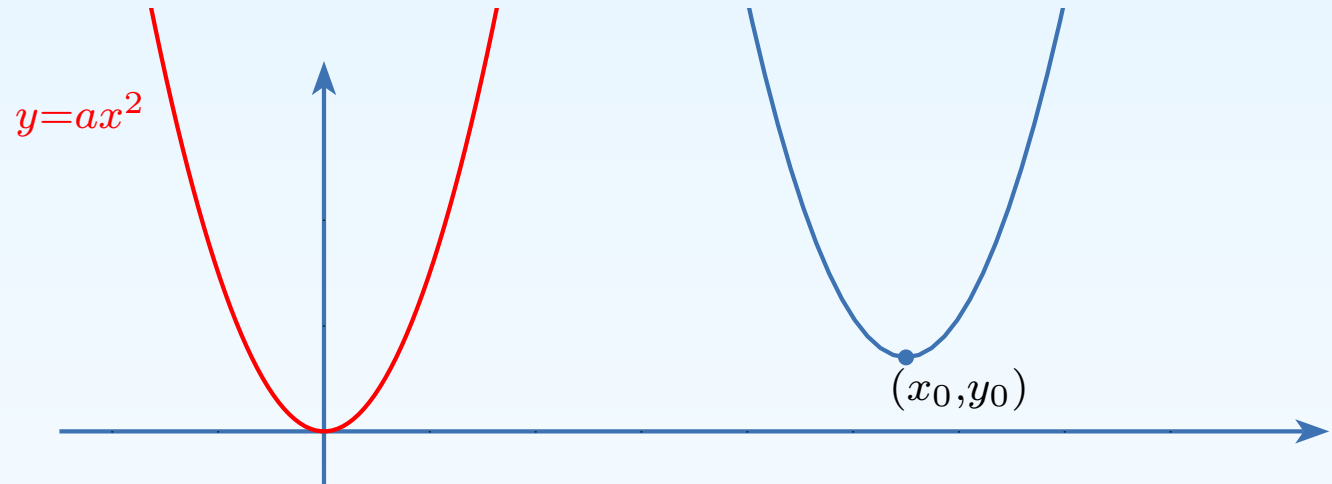
1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

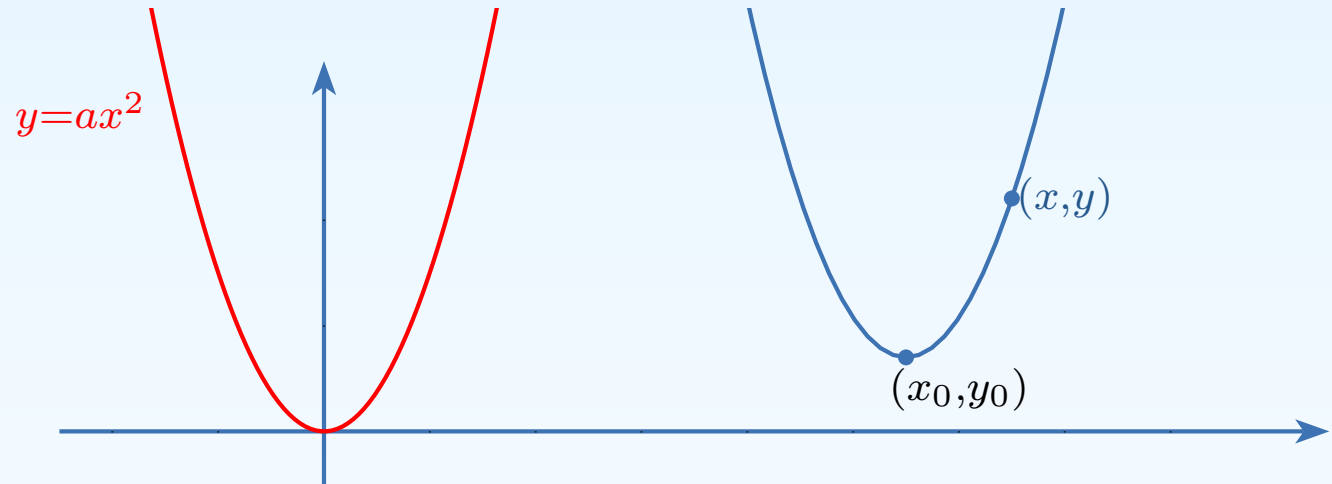
1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

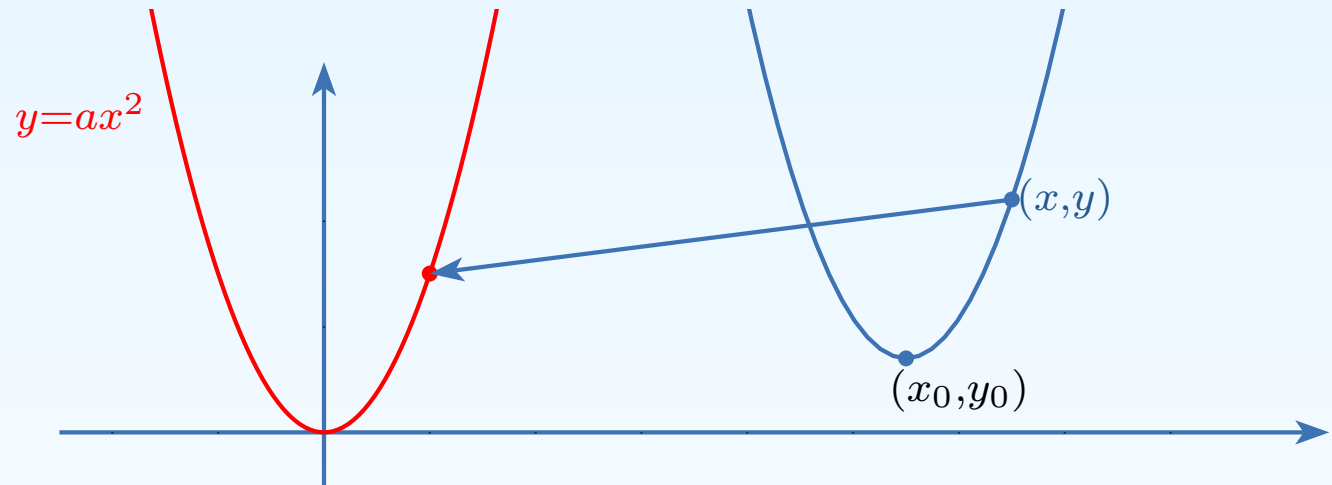
1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

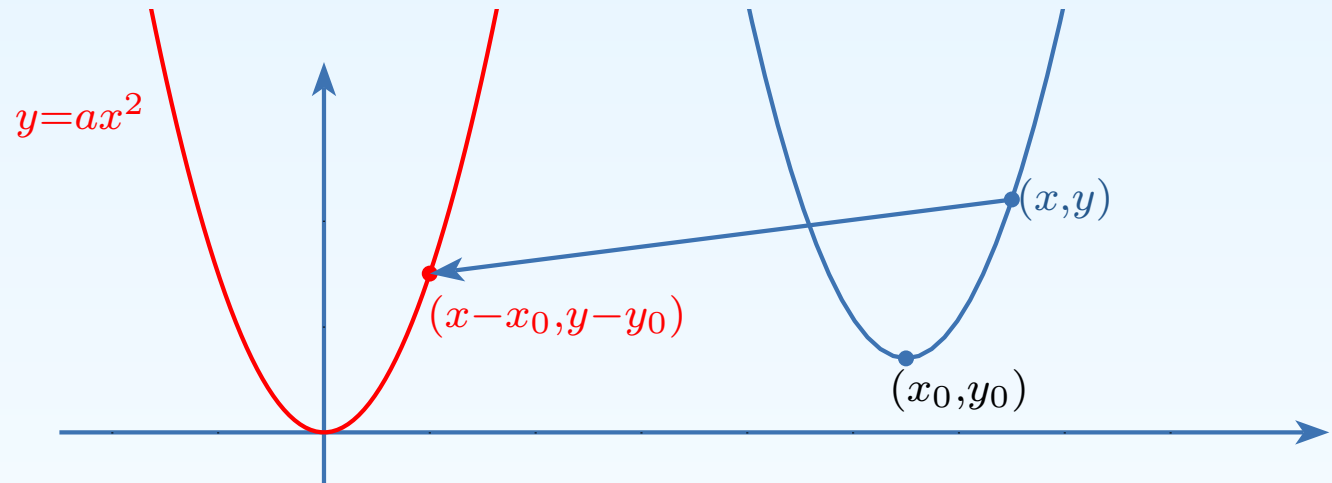
1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

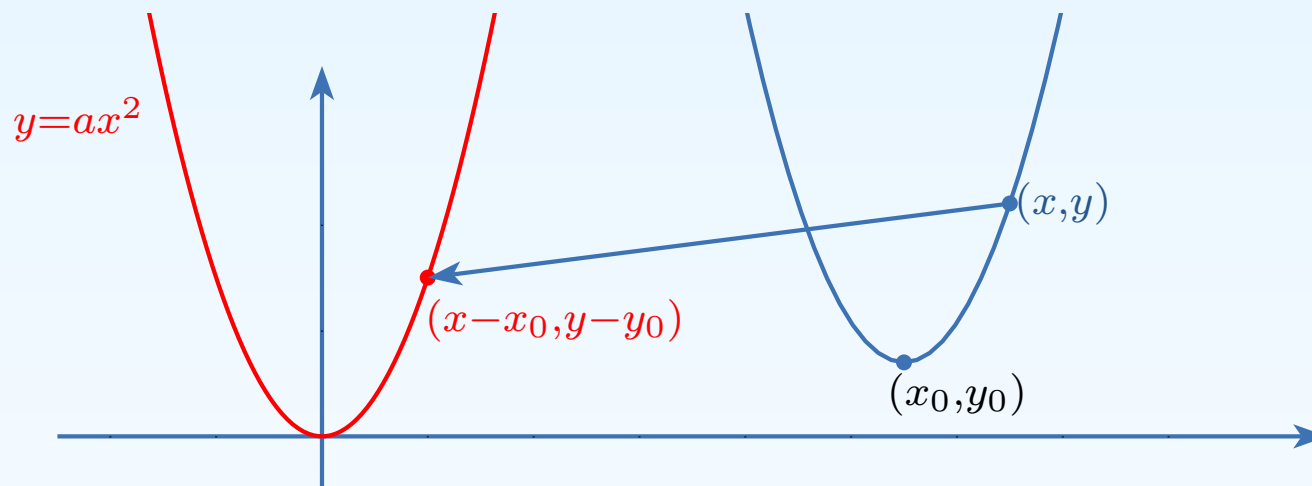
1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



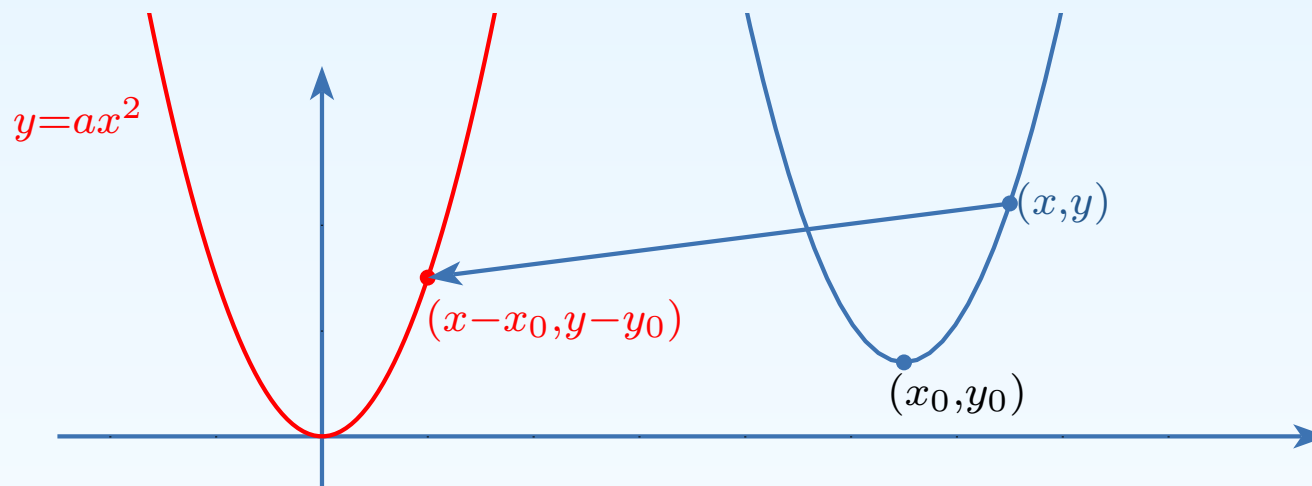
$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

Huippumuoto

Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

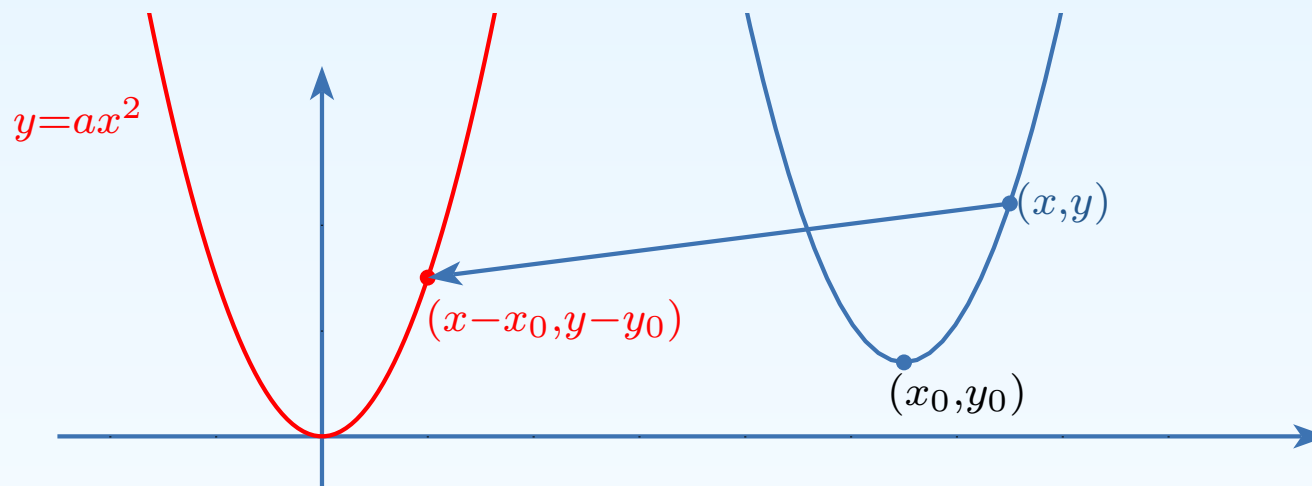
$$y - y_0 = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2$$

Huippumuoto

Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

Huippumuoto

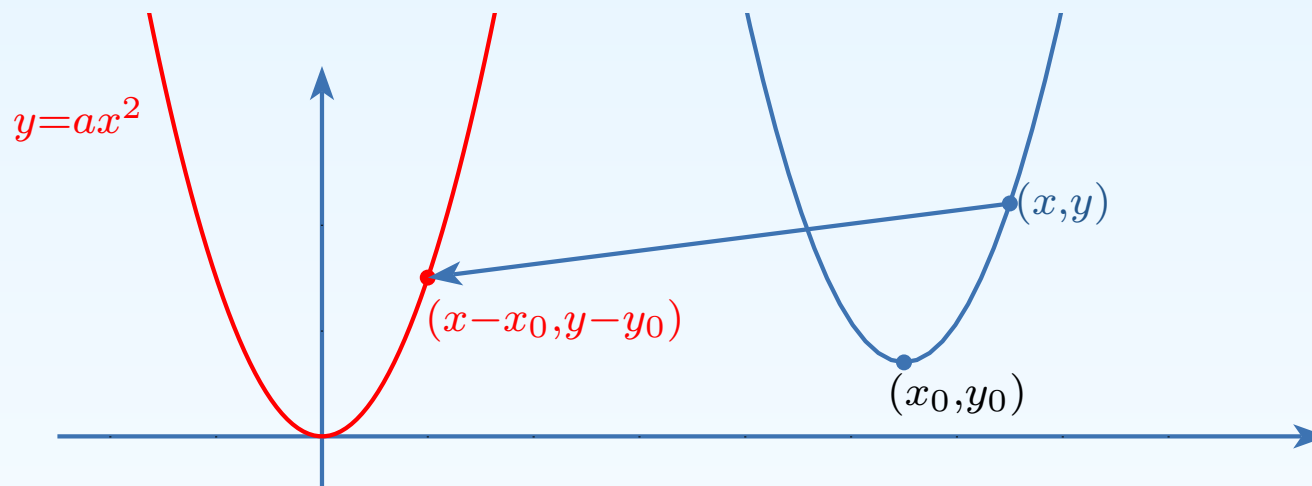
$$y - y_0 = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2$$

$$y = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$$

Johtosuora x-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$y - y_0 = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2$$

$$y = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Huippumuoto

Normaalimuoto

Esimerkki

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

Määritä paraabelin $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ huippu.

Tapa 1. Neliöksi täydentäminen

Tapa 2. Nollakohtien avulla

Johtosuora y-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa:

Johtosuora y-akselin suuntainen

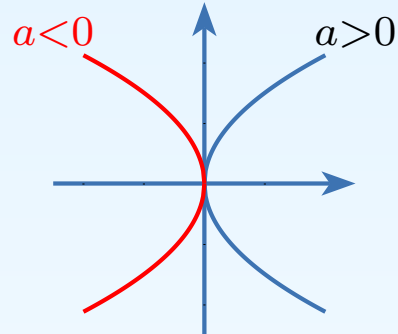
- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $x = ay^2$

Johtosuora y-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $x = ay^2$

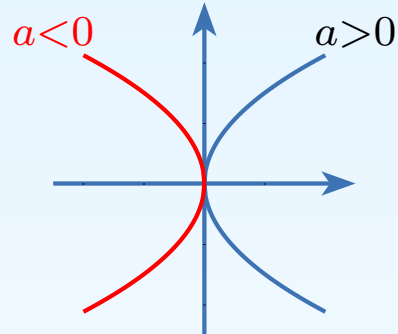


2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :

Johtosuora y-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $x = ay^2$



2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :

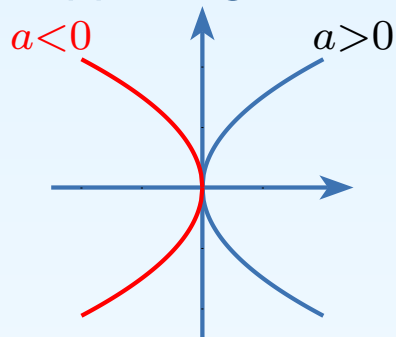
$$x - x_0 = a(y - y_0)^2$$

Huippumuoto

Johtosuora y-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $x = ay^2$



2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :

$$x - x_0 = a(y - y_0)^2$$

$$x = ay^2 + by + c$$

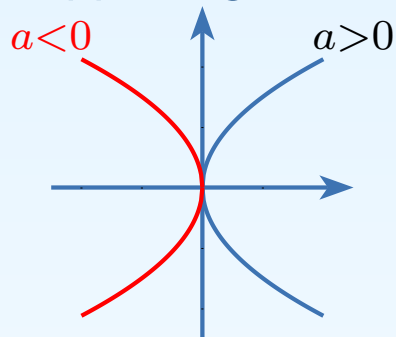
Huippumuoto

Normaalimuoto

Johtosuora y-akselin suuntainen

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $x = ay^2$



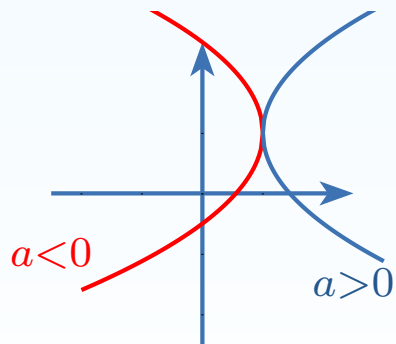
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :

$$x - x_0 = a(y - y_0)^2$$

$$x = ay^2 + by + c$$

Huippumuoto

Normaalimuoto



Esimerkki

- Paraabelin määritelmä
- Johtosuora x-akselin suuntainen
- Johtosuora y-akselin suuntainen

Millä parametrin k arvolla suora $y = kx - 4$ on paraabelin $y = x^2 - 4x + 5$ **a)** tangentti, **b)** sekantti?