

Paraabeli

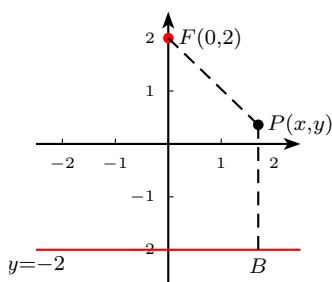
Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Paraabelin määritelmä.....	2
Johtosuora x-akselin suuntainen.....	4
Johtosuora y-akselin suuntainen.....	6

Paraabelin määritelmä

Määritelmä 1. Paraabeli on niiden pisteiden ura, jotka ovat yhtä etäällä *johtosuorasta* ja *polttopisteestä*.

Esimerkki. Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = -2$. Mikä on paraabelin yhtälö?

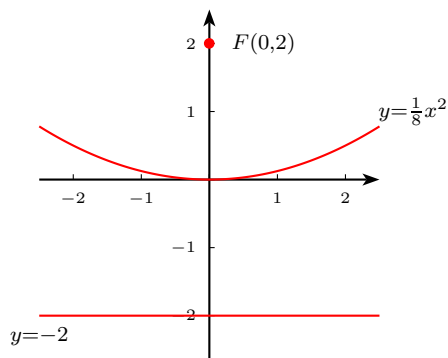


P on paraabelilla

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow PF &= PB \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} &= |y - (-2)| \\ \Leftrightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 &= (y+2)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 &= y^2 + 4y + 4 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 8y \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1}{8}x^2 \end{aligned}$$

2 / 7

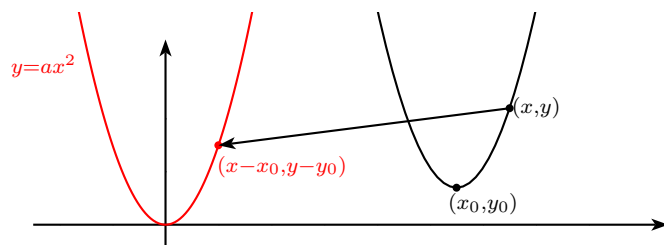
Esimerkki jatkuu



3 / 7

Johtosuora x-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $y = ax^2$
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :



$$y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

Huippumuoto

$$y - y_0 = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2$$

$$y = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Normaalimuoto

4 / 7

Esimerkki

Määritä paraabelin $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ huippu.

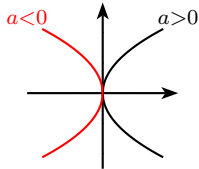
Tapa 1. Neliöksi täydentäminen

Tapa 2. Nollakohtien avulla

5 / 7

Johtosuora y-akselin suuntainen

1. Huippu origossa: $x = ay^2$



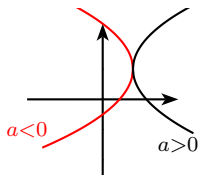
2. Huippu pisteessä (x_0, y_0) :

$$x - x_0 = a(y - y_0)^2$$

Huippumuoto

$$x = ay^2 + by + c$$

Normaalimuoto



6 / 7

Esimerkki

Millä parametrin k arvolla suora $y = kx - 4$ on paraabelin $y = x^2 - 4x + 5$ **a)** tangentti, **b)** sekantti?

7 / 7