Vektoreiden yhdensuuntaisuus

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

● Yhdensuuntaisuusehto
● Janan jakosuhde
● Vektoreiden lineaarikombinaatio

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a}, \text{ missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

● Yhdensuuntaisuusehto
● Janan jakosuhde
● Vektoreiden lineaarikombinaatio

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a}, \text{ missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

Yhdensuuntaisuusehto

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a},\ \text{missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

$$\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$$

● Yhdensuuntaisuusehto
● Janan jakosuhde
● Vektoreiden lineaarikombinaatio

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a},\ \text{missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

$$\begin{aligned} \vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) &= -5\vec{b} \\ \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{a} &= -5\vec{b} \end{aligned}$$

● Yhdensuuntaisuusehto
● Janan jakosuhde
● Vektoreiden lineaarikombinaatio

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a},\ \text{missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

$$\begin{aligned}
\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) &= -5\vec{b} \\
\vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{a} &= -5\vec{b} \\
4\vec{a} &= -2\vec{b}
\end{aligned}$$

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a},\ \text{missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

$$\begin{aligned} \vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) &= -5\vec{b} \\ \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{a} &= -5\vec{b} \\ 4\vec{a} &= -2\vec{b} \\ \vec{a} &= -\frac{1}{2}\vec{b} \end{aligned}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a},\ \text{missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

$$\begin{aligned} \vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) &= -5\vec{b} \\ \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{a} &= -5\vec{b} \\ 4\vec{a} &= -2\vec{b} \\ \vec{a} &= -\frac{1}{2}\vec{b} \end{aligned}$$

Täten on $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ ja

Yhdensuuntaisuusehto

$$\boxed{\vec{b} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \vec{b} = t\vec{a},\ \text{missä } t \in \mathbb{R} \text{ ja } \vec{a} \neq \vec{0} \text{ ja } \vec{b} \neq \vec{0}}$$

Esimerkki. Tiedetään, että $\vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) = -5\vec{b}$ ja $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$.

Mitä voidaan päätellä vektoreista $\vec{a}$ ja $\vec{b}$?

$$\begin{aligned} \vec{a} - 3\left(\vec{b} - \vec{a}\right) &= -5\vec{b} \\ \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{a} &= -5\vec{b} \\ 4\vec{a} &= -2\vec{b} \\ \vec{a} &= -\frac{1}{2}\vec{b} \end{aligned}$$

Täten on $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ ja $\dfrac{|\vec{a}|}{\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{1}{2}$.

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

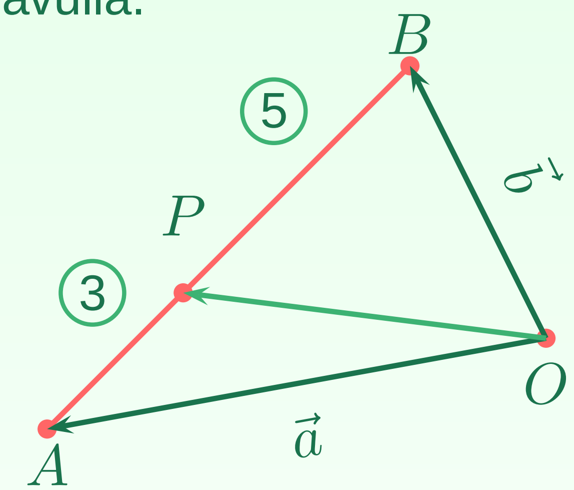
Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.

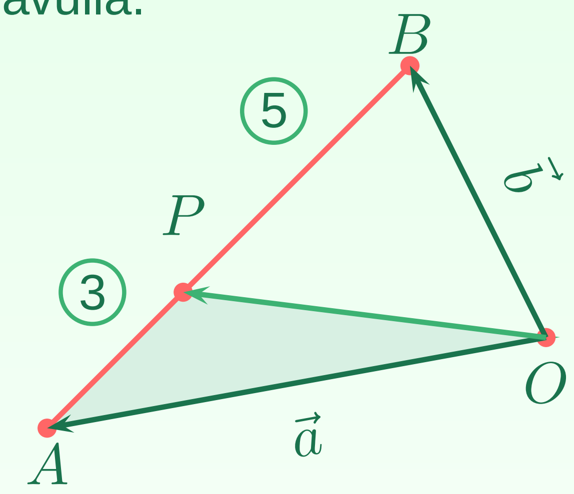


$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.

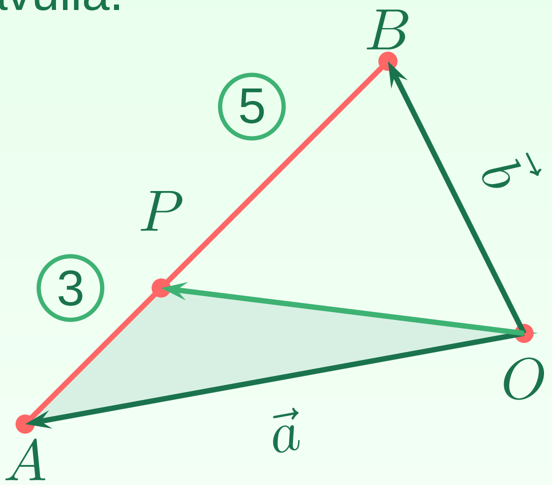


$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



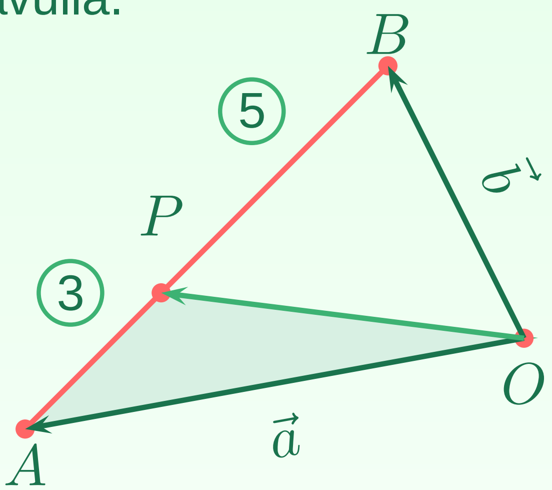
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} =$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



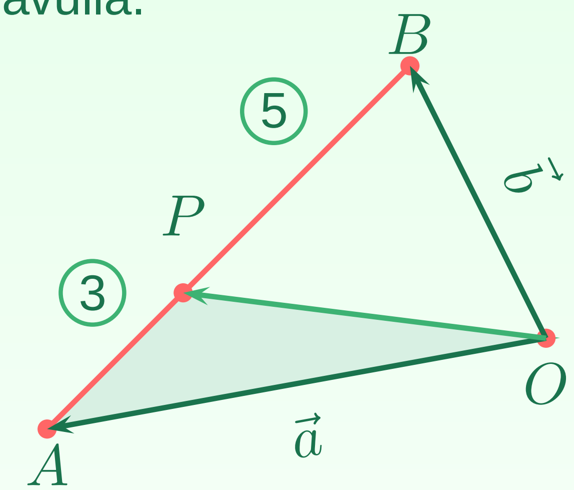
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \vec{a} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AB} =$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



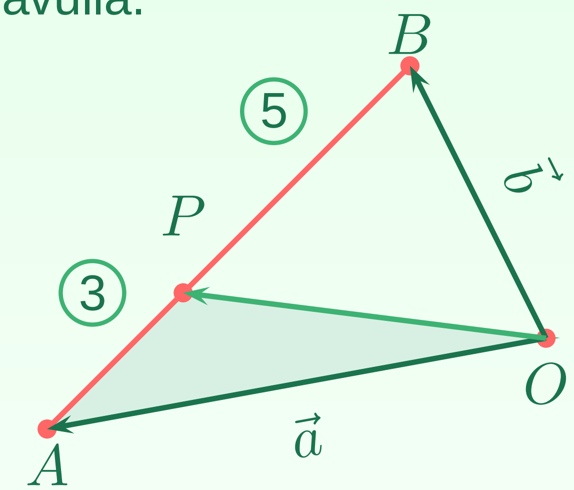
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \vec{a} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AB} = \vec{a} + \frac{3}{8}\left(-\vec{a} + \vec{b}\right) =$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *sisäpuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \ \vec{a} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AB} = \ \vec{a} + \frac{3}{8}\left(-\vec{a} + \vec{b}\right) =$$

$$\frac{5}{8}\vec{a} + \frac{3}{8}\vec{b}$$

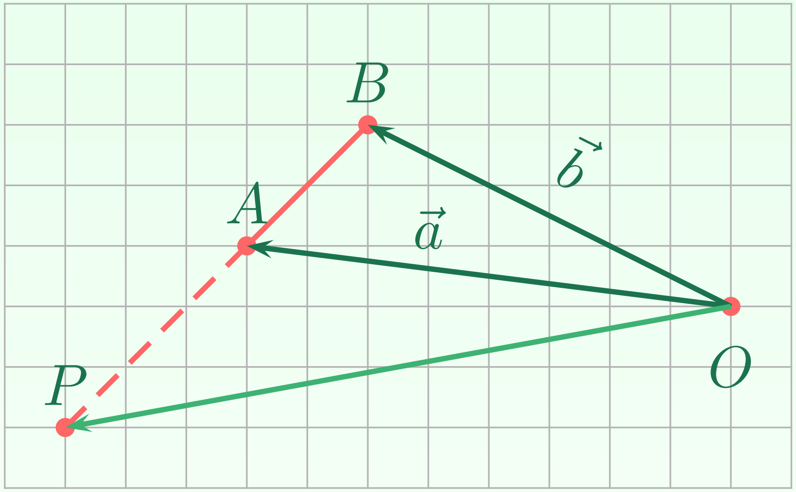
● Yhdensuuntaisuusehto
● Janan jakosuhde
● Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.

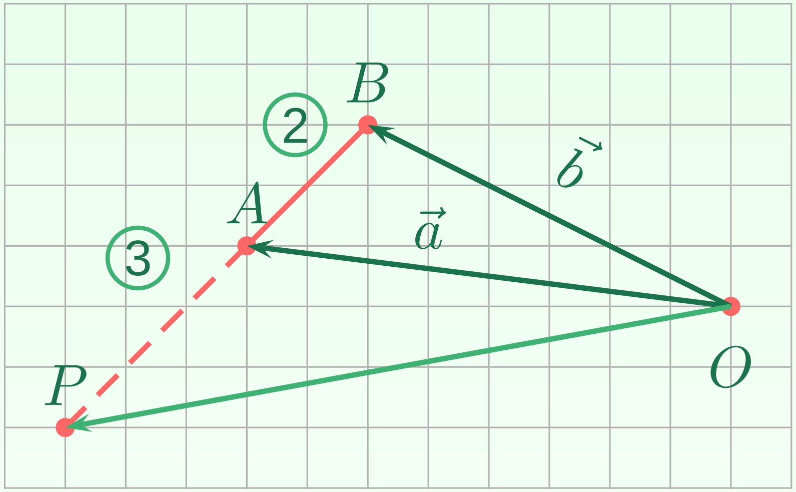


$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.

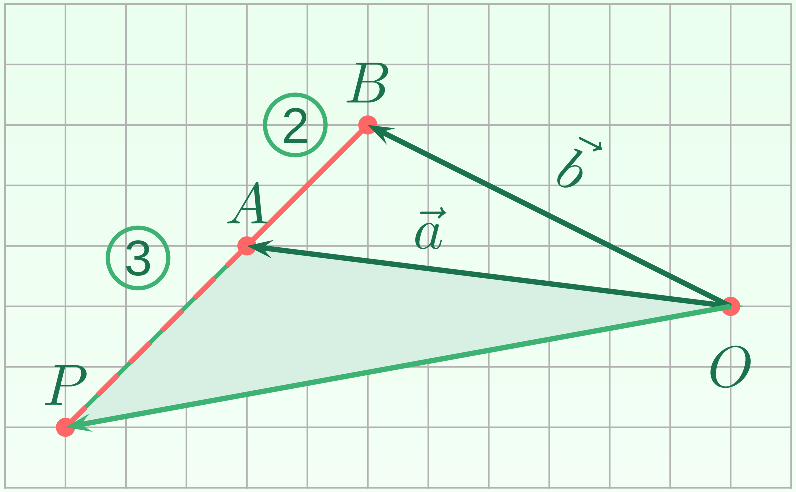


$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



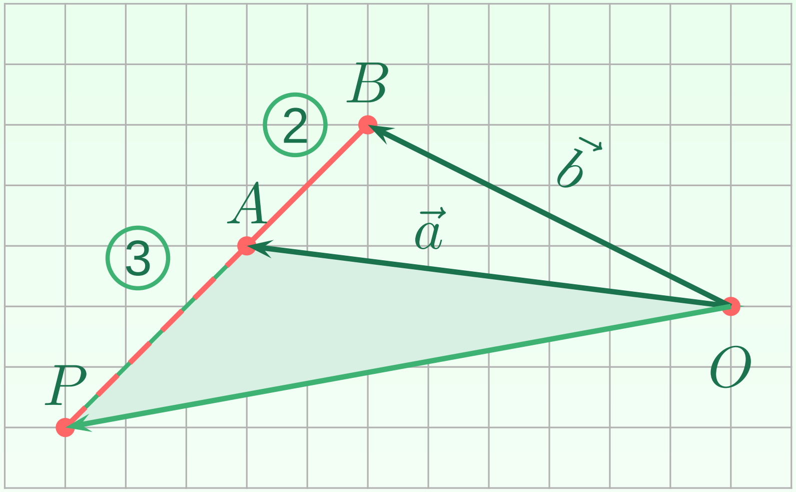
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} =$$

Janan jakosuhde

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



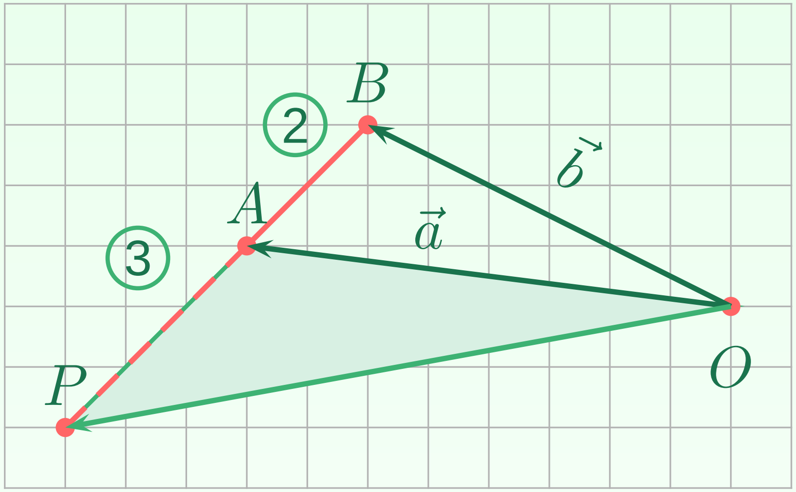
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \vec{a} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} =$$

Janan jakosuhde

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



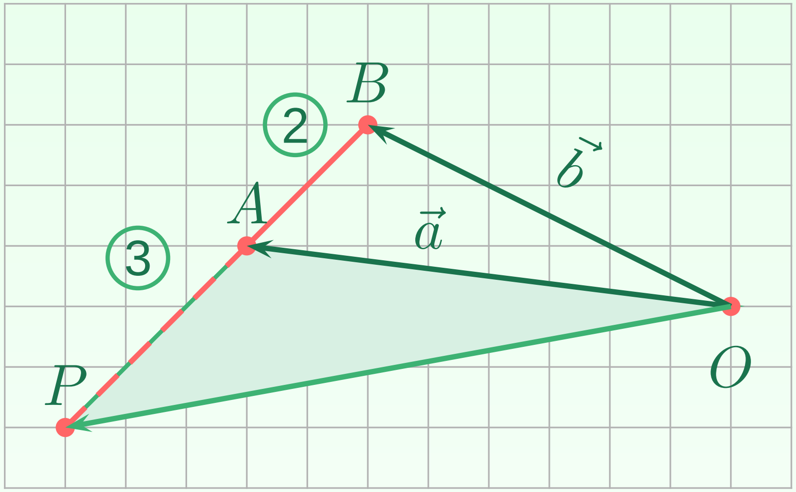
$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \vec{a} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} = \vec{a} + \frac{3}{2}\left(-\vec{b} + \vec{a}\right) =$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Janan jakosuhde

Esimerkki. Piste P jakaa janan AB *ulkopuolisesti* suhteessa 3:5. Olkoon $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ja $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Määritä vektori $\overrightarrow{OP}$ vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ avulla.



$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP} = \vec{a} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA} = \vec{a} + \frac{3}{2}\left(-\vec{b} + \vec{a}\right) = \frac{5}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$$

- Yhdensuuntaisuusehto
- Janan jakosuhde
- Vektoreiden lineaarikombinaatio

Vektoreiden lineaarikombinaatio

Vektoreiden $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *lineaarikombinaatio* on vektori

$$s_1\overrightarrow{a_1} + s_2\overrightarrow{a_2} + \cdots + s_n\overrightarrow{a_n}, \quad s_1, s_2, \ldots, s_n \in \mathbb{R}$$