Jatkuva jakauma

Hannu Lehto

Lahden Lyseon lukio

Jatkuva tilastollinen muuttuja

Jatkuva tilastollinen muuttuja voi saada mitä tahansa arvoja joltakin reaalilukuväliltä.

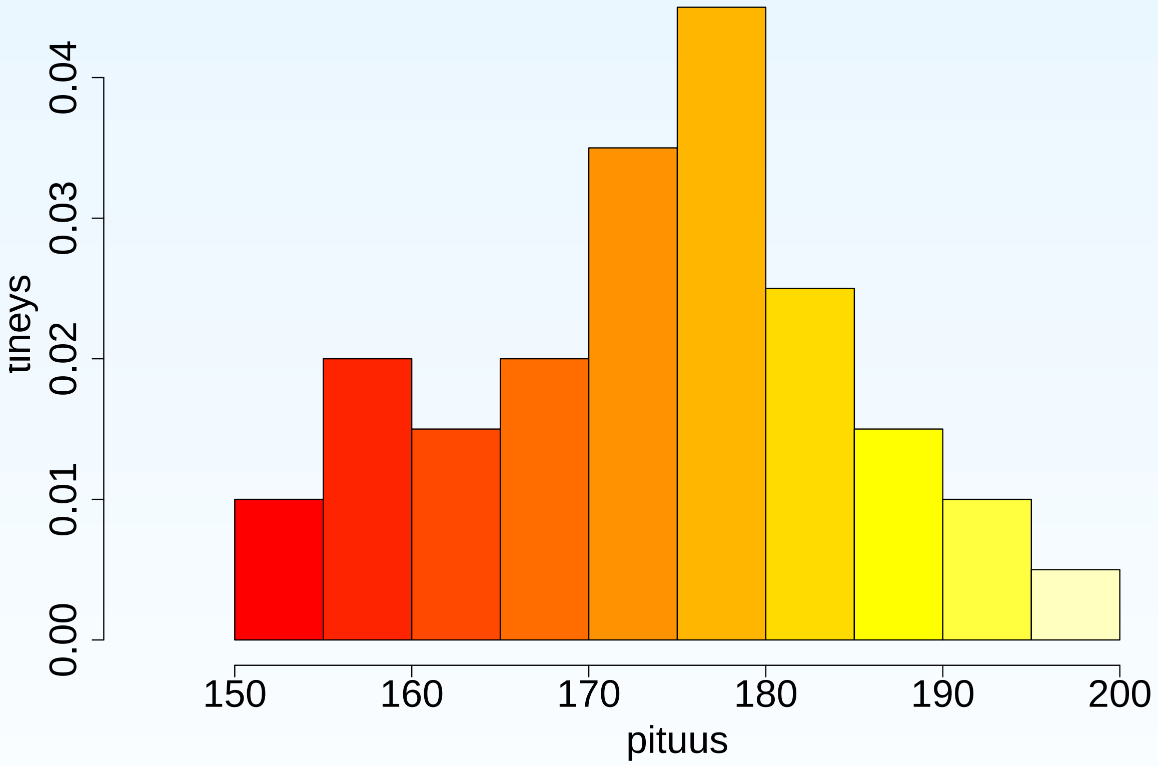
Jatkuva tilastollinen muuttuja

Jatkuva tilastollinen muuttuja voi saada mitä tahansa arvoja joltakin reaalilukuväliltä.
Esimerkiksi erään opiskelijaryhmän pituudet ovat:

152,155,158,160,172,175,173,177,178,178,180,182,188,185,
191,159,161,167,177,170,171,179,180,182,184,189,194,158,
166,164,178,176,167,185,188,196,171,173,174,162

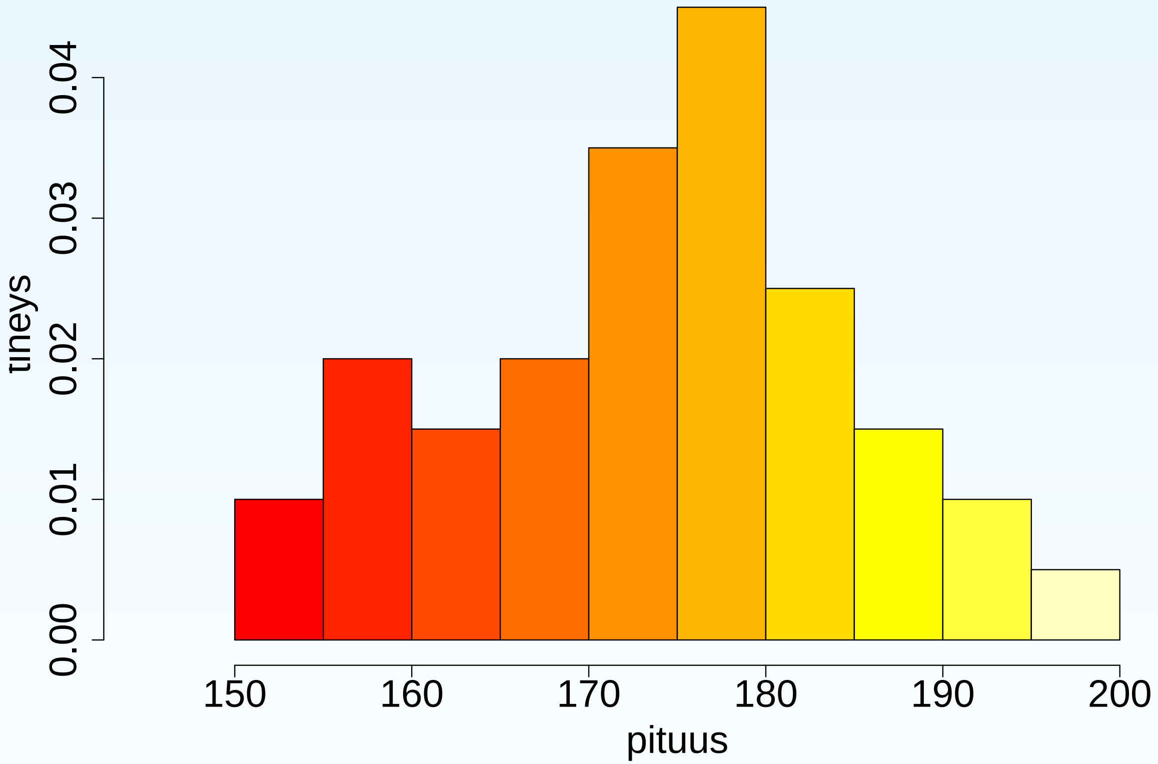
Jatkuva tilastollinen muuttuja

Tästä voidaan piirtää histogrammi:



Jatkuva tilastollinen muuttuja

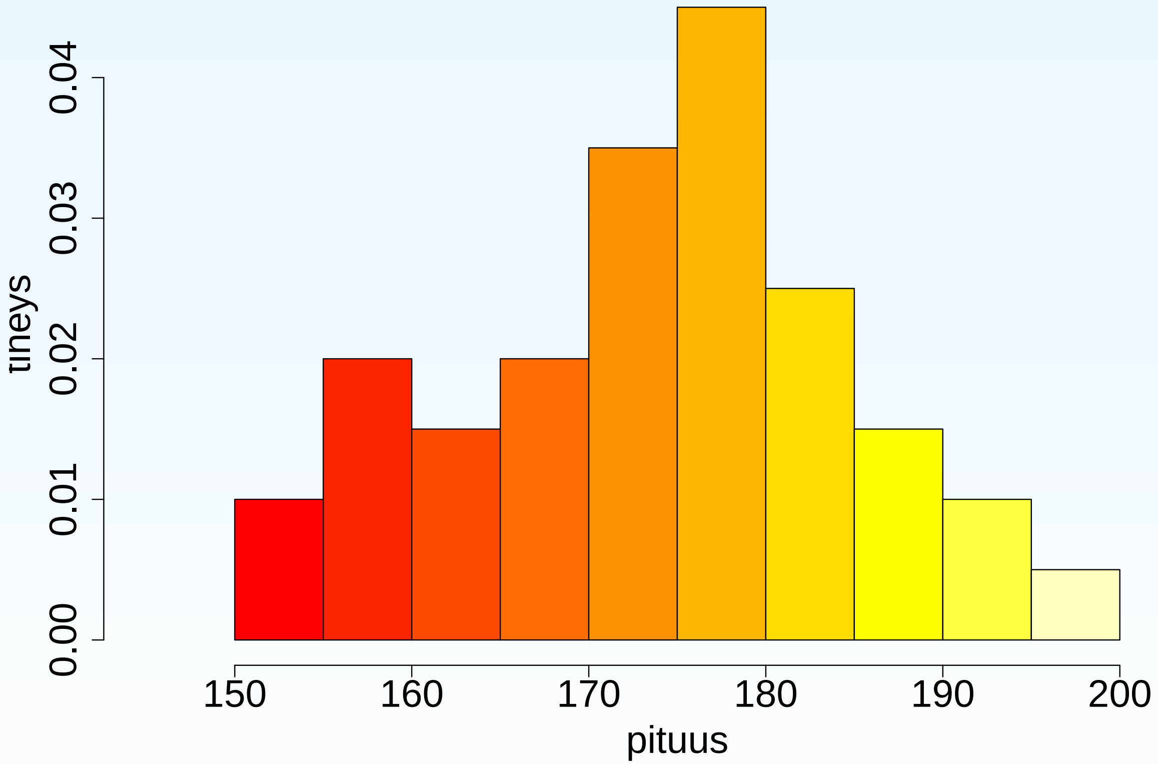
Tästä voidaan piirtää histogrammi:



Kuvassa pylväiden *pinta-alat ovat suhteellisia frekvenssejä*, jolloin koko pylväskuvion ala on

Jatkuva tilastollinen muuttuja

Tästä voidaan piirtää histogrammi:

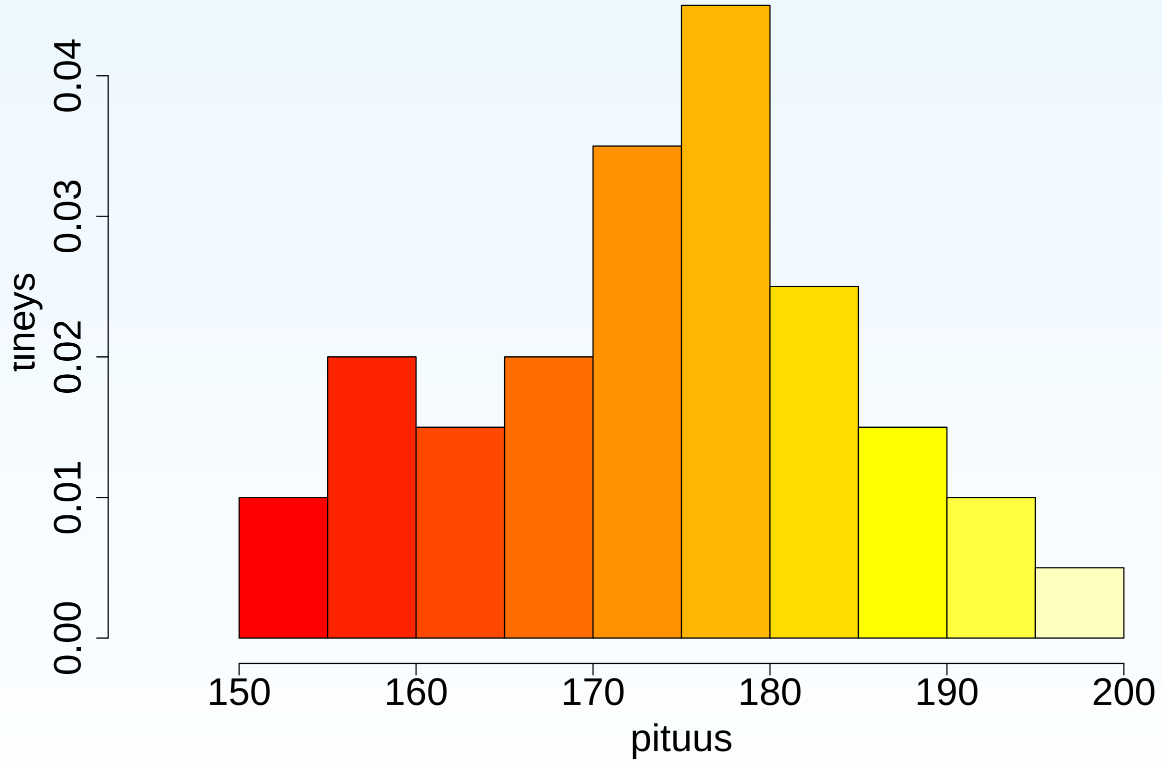


Kuvassa pylväiden *pinta-alat ovat suhteellisia frekvenssejä*, jolloin koko pylväskuvion ala on 1.

Jatkuva tilastollinen muuttuja

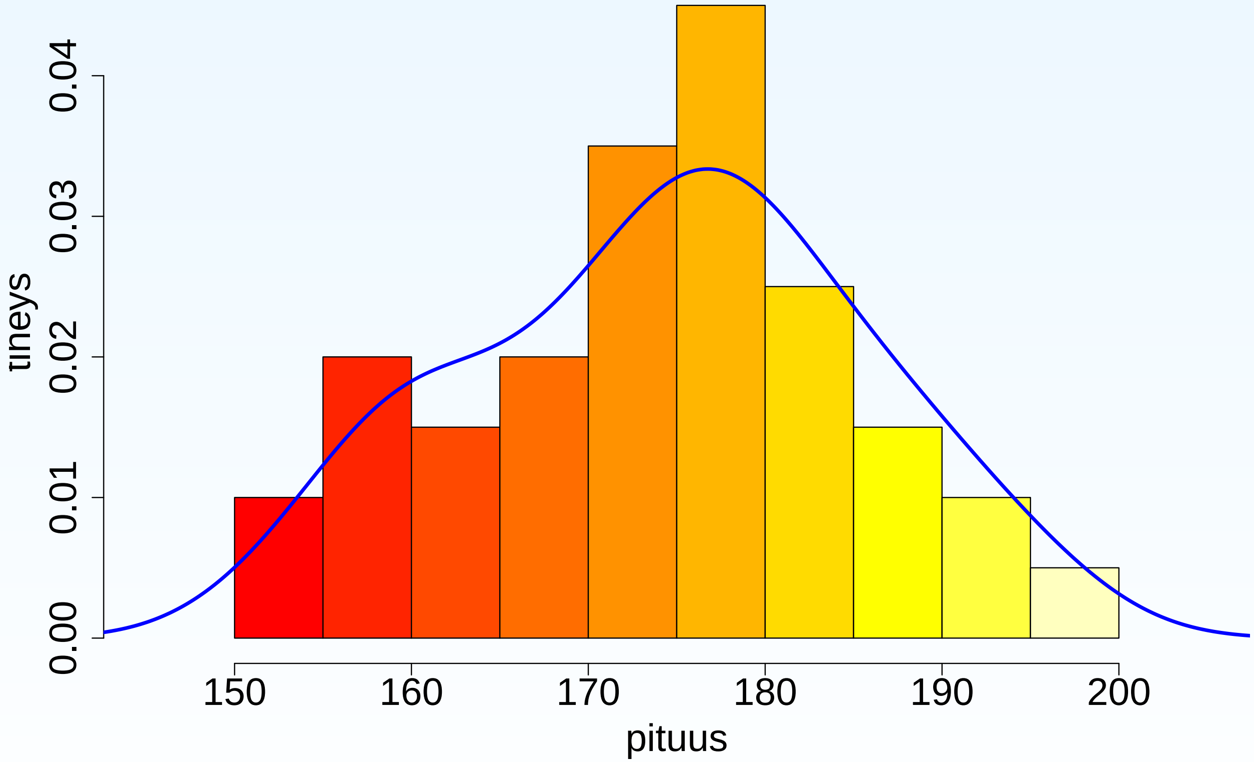
- Jatkuva tilastollinen muuttuja
- Jatkuva satunnaismuuttuja
- Tiheysfunktio ja todennäköisyys
- Kertymäfunktio

Kasvattamalla ryhmän kokoa ja pienentämällä luokkien leveyttä histogrammin reuna alkaa lähestyä käyrää, joka myös rajaa x-akselin yläpuolelle alueen, jonka ala on 1.



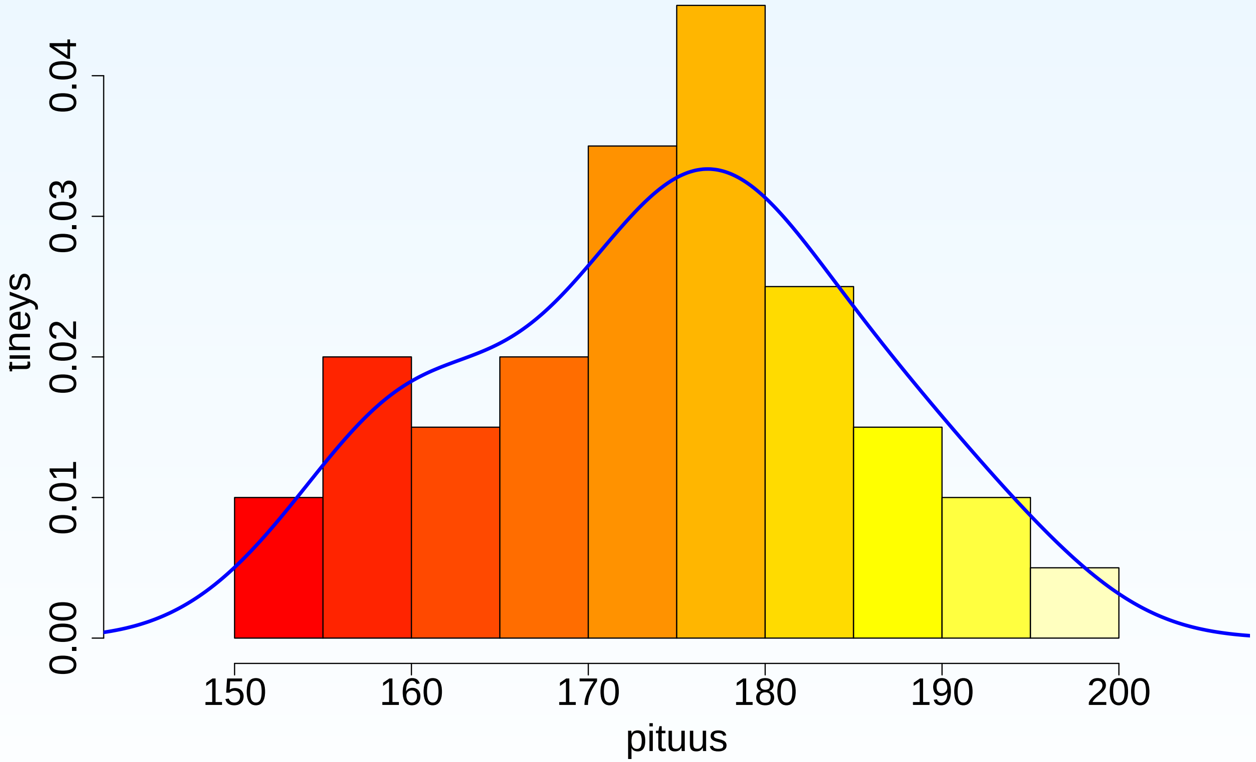
Jatkuva tilastollinen muuttuja

Kasvattamalla ryhmän kokoa ja pienentämällä luokkien leveyttä histogrammin reuna alkaa lähestyä käyrää, joka myös rajaa x-akselin yläpuolelle alueen, jonka ala on 1.



Jatkuva tilastollinen muuttuja

Kasvattamalla ryhmän kokoa ja pienentämällä luokkien leveyttä histogrammin reuna alkaa lähestyä käyrää, joka myös rajaa x-akselin yläpuolelle alueen, jonka ala on 1.



Käyrä on nimeltään tiheyskäyrä (density curve).

Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin.

Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.
Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ja

Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ja
2. $f(x)$:n kuvaajan ja x-akselin rajaaman alueen ala on 1.

Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ja
2. $f(x)$:n kuvaajan ja x-akselin rajaaman alueen ala on 1.

Esimerkki. Onko funktio $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, \text{ kun } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, \text{ muulloin} \end{cases}$ jonkin satunnaismuuttujan $\underline{x}$ tiheysfunktio?

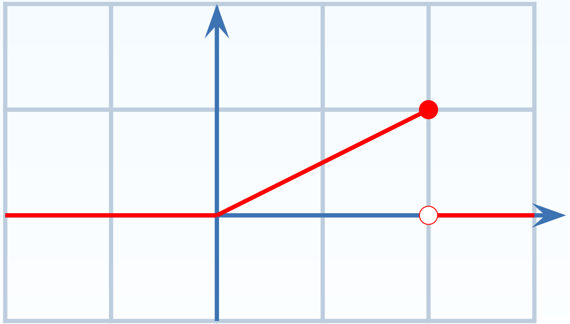
Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ja
2. $f(x)$:n kuvaajan ja x-akselin rajaaman alueen ala on 1.

Esimerkki. Onko funktio $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, \text{ kun } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, \text{ muulloin} \end{cases}$ jonkin satunnaismuuttujan $\underline{x}$ tiheysfunktio?



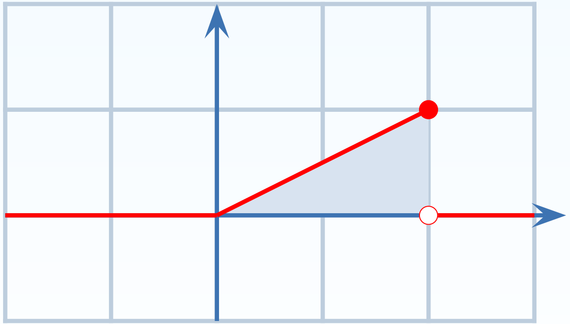
Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ja
2. $f(x)$:n kuvaajan ja x-akselin rajaaman alueen ala on 1.

Esimerkki. Onko funktio $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, \text{kun } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, \text{muulloin} \end{cases}$ jonkin satunnaismuuttujan $\underline{x}$ tiheysfunktio?



1. $f(x) \geq 0$, kun $x \in \mathbb{R}$
2. Kuvaajan ja x-akselin rajaama ala on 1.

Täten on tiheysfunktio.

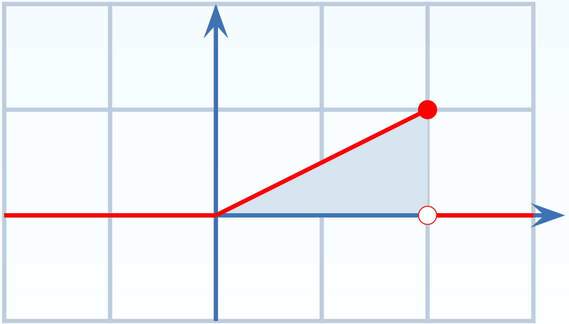
Jatkuva satunnaismuuttuja

Jatkuvan satunnaismuuttujan $\underline{x}$ saamat arvot muodostavat reaalilukuvälin. Esim. hehkulampun kestoikä tai vuoden ikäisten kalanpoikasten pituus.

Jatkuvan satunnaismuuttujan jakaumaa kuvaa *tiheysfunktio* f, joka toteuttaa ehdot

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ja
2. $f(x)$:n kuvaajan ja x-akselin rajaaman alueen ala on 1.

Esimerkki. Onko funktio $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, \text{ kun } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, \text{ muulloin} \end{cases}$ jonkin satunnaismuuttujan $\underline{x}$ tiheysfunktio?



1. $f(x) \geq 0$, kun $x \in \mathbb{R}$
2. Kuvaajan ja x-akselin rajaama ala on 1.

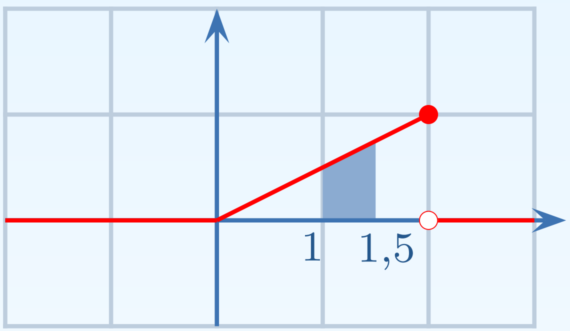
Täten on tiheysfunktio.

Tiheysfunktio ja todennäköisyys

Laske edellisen esimerkin jakaumaa noudattavalle satunnaismuuttujalle $\underline{x}$ todennäköisyys $P(1 \leq \underline{x} \leq 1\frac{1}{2})$.

Tiheysfunktio ja todennäköisyys

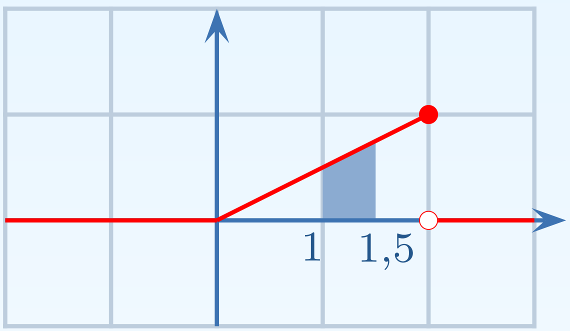
Laske edellisen esimerkin jakaumaa noudattavalle satunnaismuuttujalle $\underline{x}$ todennäköisyys $P(1 \leq \underline{x} \leq 1\frac{1}{2})$.



- Jatkuva tilastollinen muuttuja
- Jatkuva satunnaismuuttuja
- Tiheysfunktio ja todennäköisyys
- Kertymäfunktio

Tiheysfunktio ja todennäköisyys

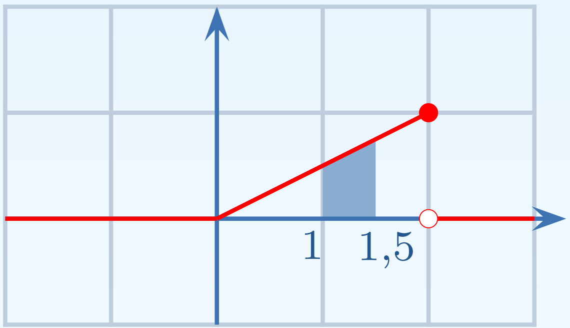
Laske edellisen esimerkin jakaumaa noudattavalle satunnaismuuttujalle $\underline{x}$ todennäköisyys $P(1 \leq \underline{x} \leq 1\frac{1}{2})$.



$$P(1 \leq \underline{x} \leq 1\tfrac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16} \approx 0,31$$

Tiheysfunktio ja todennäköisyys

Laske edellisen esimerkin jakaumaa noudattavalle satunnaismuuttujalle $\underline{x}$ todennäköisyys $P(1 \leq \underline{x} \leq 1\frac{1}{2})$.



$$P(1 \leq \underline{x} \leq 1\tfrac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16} \approx 0,31$$

Jatkuvan satunnaismuuttujan pistetodennäköisyydet ovat nollia, siis esimerkiksi

$$P(1 \leq \underline{x} \leq 1) = P(\underline{x} = 1) = 0,$$

koska pinta-ala on nolla.

Kertymäfunktio

Satunnaismuuttujan $\underline{x}$ *kertymäfunktio* $F(x)$ määritellään seuraavasti:

Kertymäfunktio

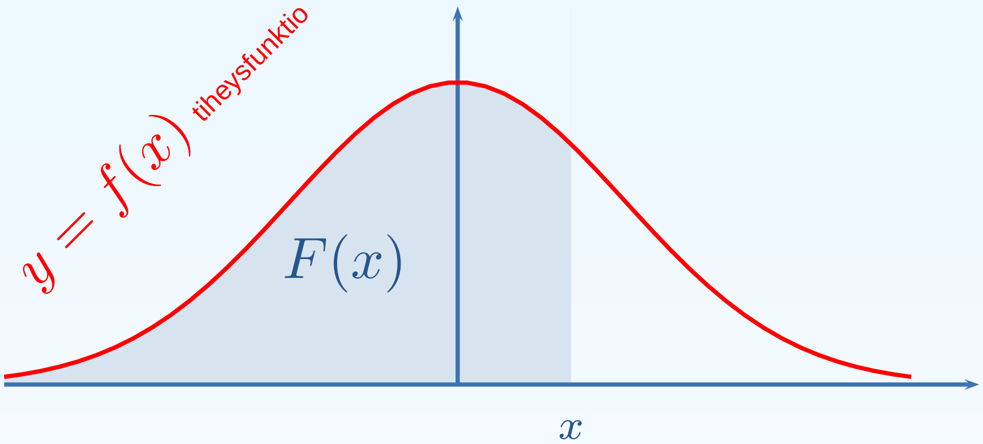
Satunnaismuuttujan $\underline{x}$ *kertymäfunktio* $F(x)$ määritellään seuraavasti:

$$F(x) = P(\underline{x} \leq x)$$

Kertymäfunktio

Satunnaismuuttujan $\underline{x}$ *kertymäfunktio* $F(x)$ määritellään seuraavasti:

$$F(x) = P(\underline{x} \le x)$$



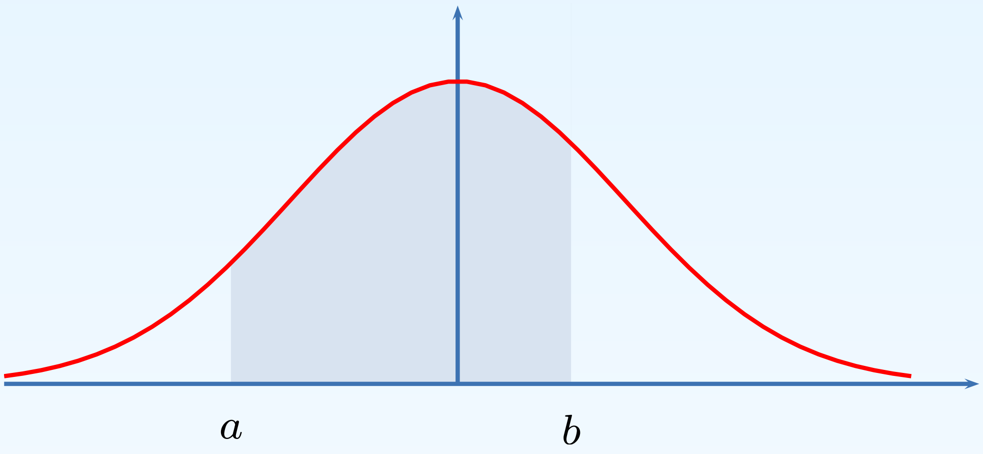
Kertymäfunktio

Kertymäfunktion avulla voidaan laskea todennäköisyyksiä:

Kertymäfunktio

- Jatkuva tilastollinen muuttuja
- Jatkuva satunnaismuuttuja
- Tiheysfunktio ja todennäköisyys
- Kertymäfunktio

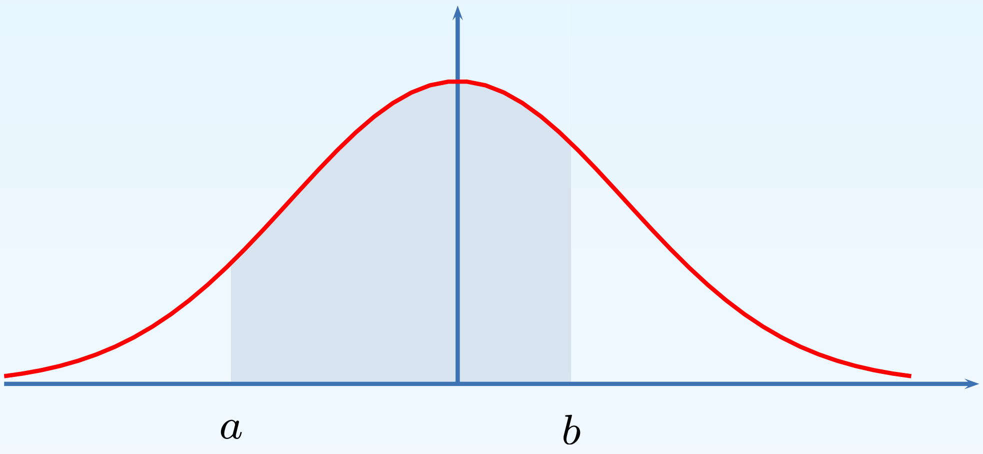
Kertymäfunktion avulla voidaan laskea todennäköisyyksiä:



$$P(a \leq \underline{x} \leq b) =$$

Kertymäfunktio

Kertymäfunktion avulla voidaan laskea todennäköisyyksiä:



$$P(a \leq \underline{x} \leq b) = F(b) - F(a)$$