

# Normaalijakauma

Hannu Lehto  
Lahden Lyseon lukio

# Normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Olkoon  $\underline{x}$  jatkuva satunnaismuuttuja, jonka odotusarvo on  $\mu$  ja keskihajonta  $\sigma$ .  $\underline{x}$  noudattaa normaalijakaumaa, jos

# Normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Olkoon  $\underline{x}$  jatkuva satunnaismuuttuja, jonka odotusarvo on  $\mu$  ja keskihajonta  $\sigma$ .  $\underline{x}$  noudattaa normaalijakaumaa, jos sen tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Tällöin merkitään  $\underline{x} \sim N(\mu, \sigma)$ .

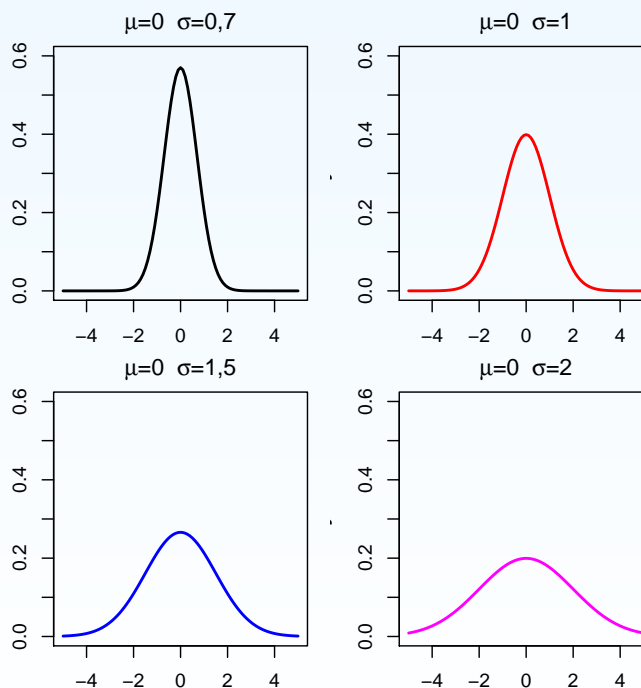
# Normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Olkoon  $x$  jatkuva satunnaismuuttuja, jonka odotusarvo on  $\mu$  ja keskihajonta  $\sigma$ .  $x$  noudattaa normaalijakaumaa, jos sen tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Tällöin merkitään  $x \sim N(\mu, \sigma)$ .



# Normitettu normaalijakauma

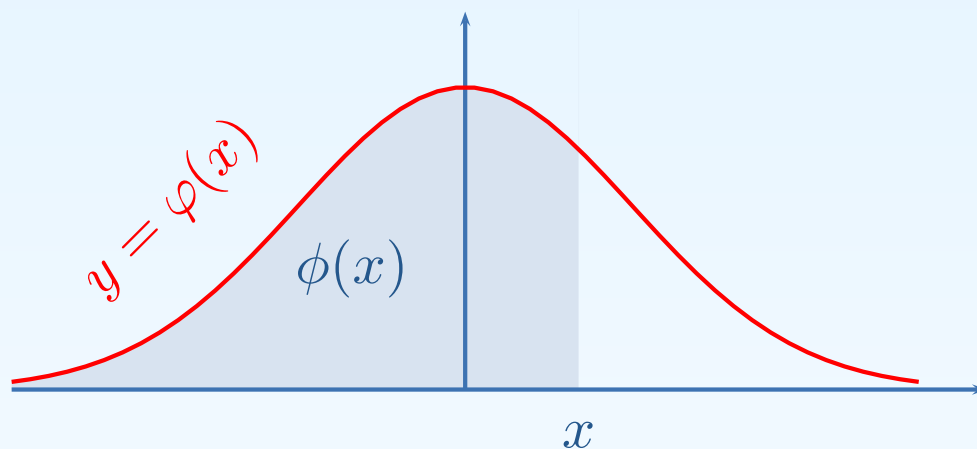
- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Normaalijakauma on normitettu, jos  $\mu = 0$  ja  $\sigma = 1$ .

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Normaalijakauma on normitettu, jos  $\mu = 0$  ja  $\sigma = 1$ .

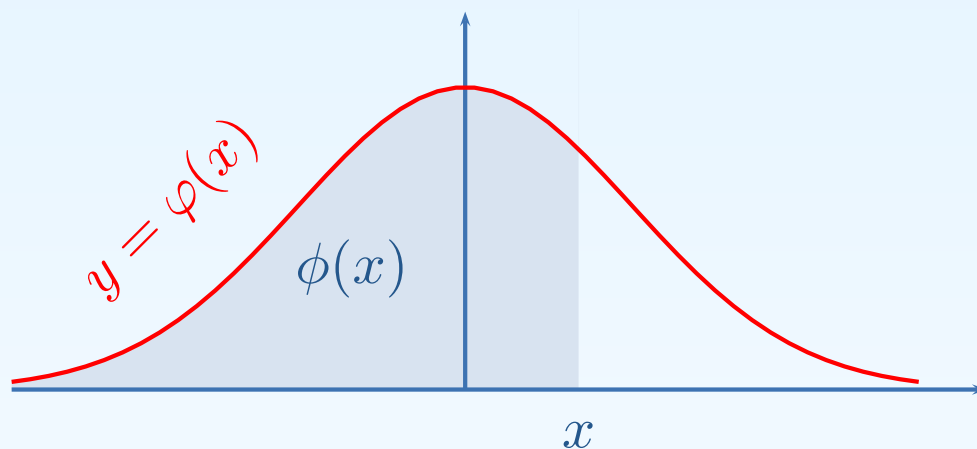


Tiheysfunktio on  $\varphi(x)$ , kertymäfunktio on  $\Phi(x) = P(\underline{x} \leq x)$ .

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Normaalijakauma on normitettu, jos  $\mu = 0$  ja  $\sigma = 1$ .



Tiheysfunktio on  $\varphi(x)$ , kertymäfunktio on  $\Phi(x) = P(\underline{x} \leq x)$ .

Kertymäfunktion arvot katsotaan taulukosta tai laskimesta.

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .



# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- **Normitettu**  
normaalijakauma
- Yleinen  
normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

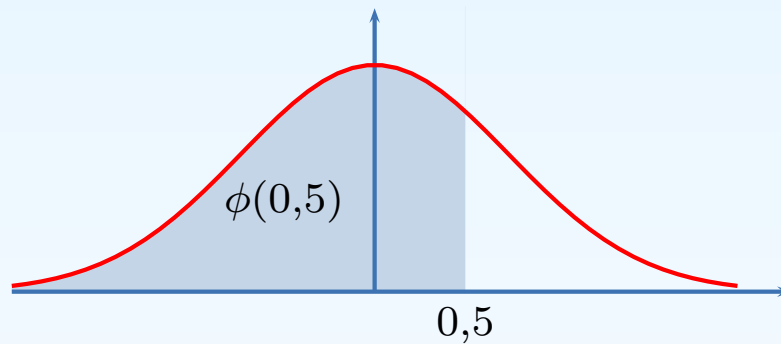
$$P(\underline{x} \leq 0, 5) =$$

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) =$$

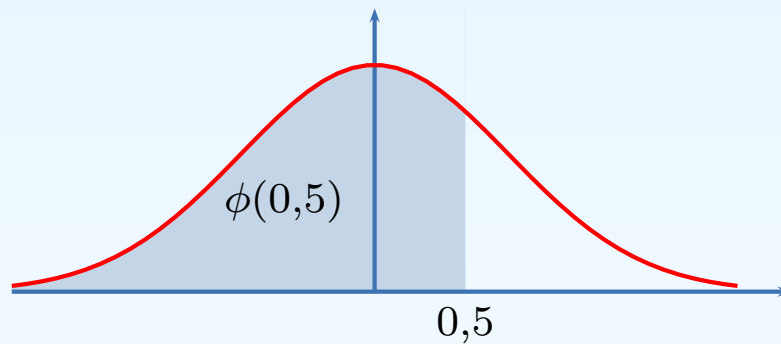


# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$



# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) =$$

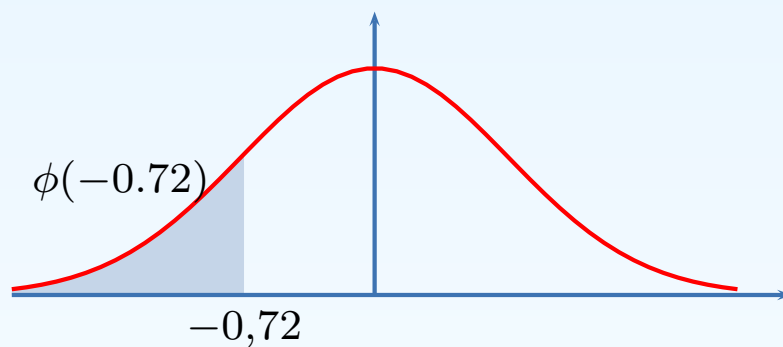
## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) =$$



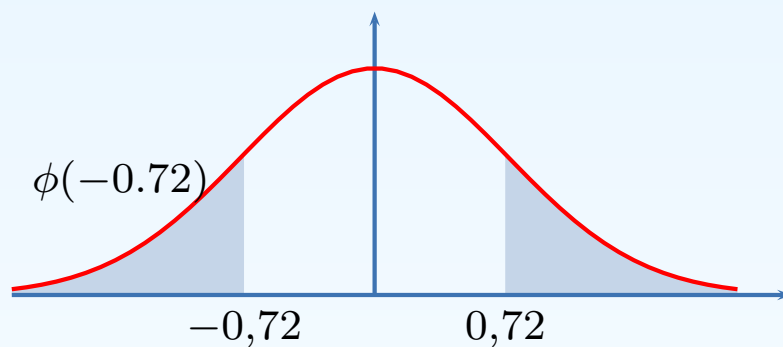
## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) =$$



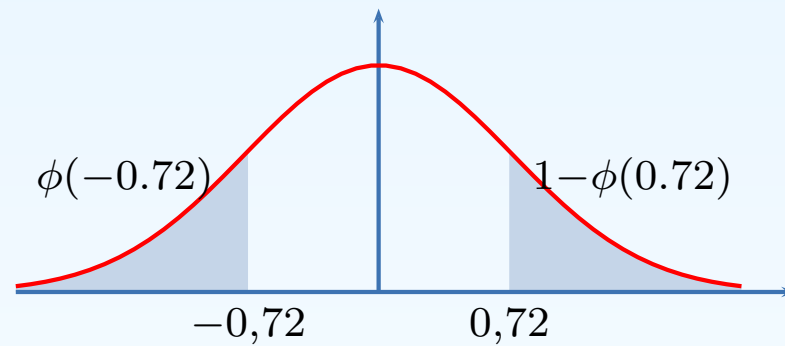
# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) =$$



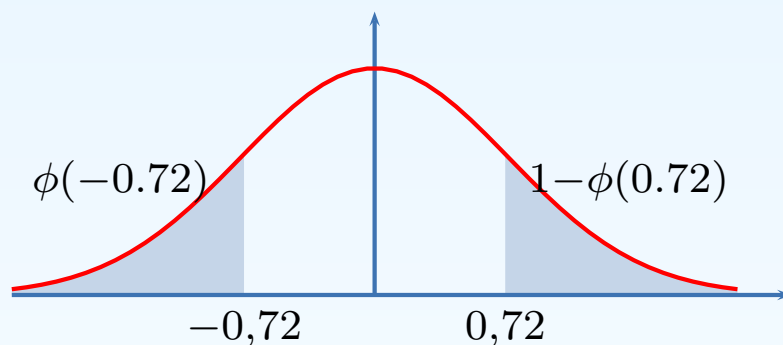
## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$





# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- **Normitettu**  
normaalijakauma
- Yleinen  
normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) =$$

# Normitettu normaalijakauma

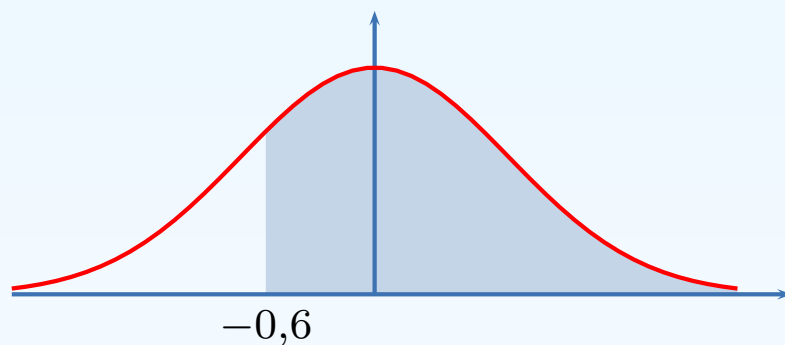
- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) =$$



# Normitettu normaalijakauma

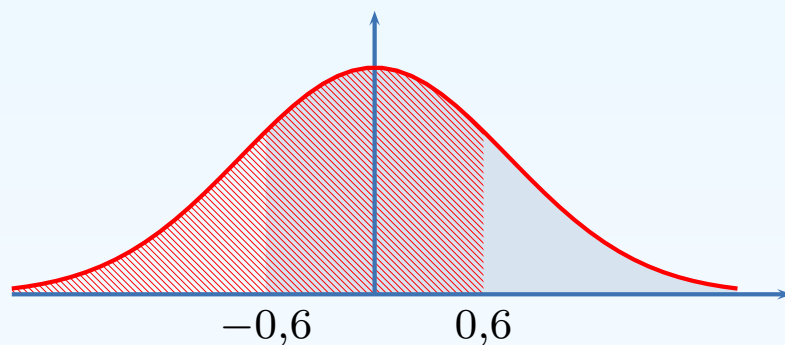
- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) =$$



# Normitettu normaalijakauma

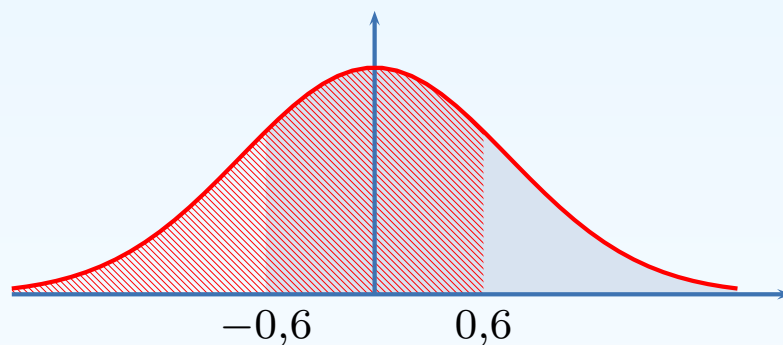
- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) = \phi(0,6) = 0,7257$$



## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- **Normitettu**  
normaalijakauma
- Yleinen  
normaalijakauma

**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) = \phi(0,6) = 0,7257$$

$$P(-1 \leq \underline{x} \leq 1,5) =$$

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

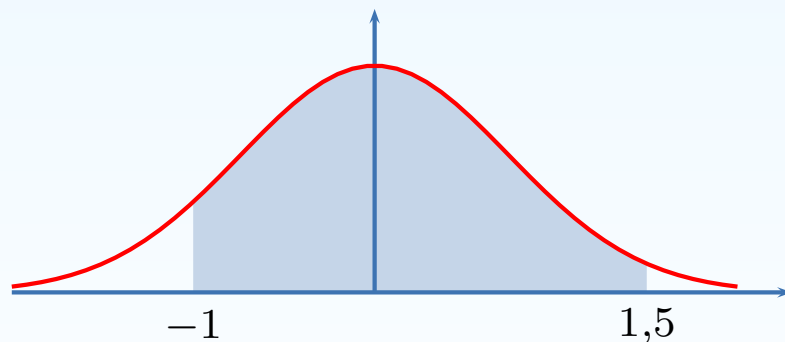
**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) = \phi(0,6) = 0,7257$$

$$P(-1 \leq \underline{x} \leq 1,5) =$$



# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

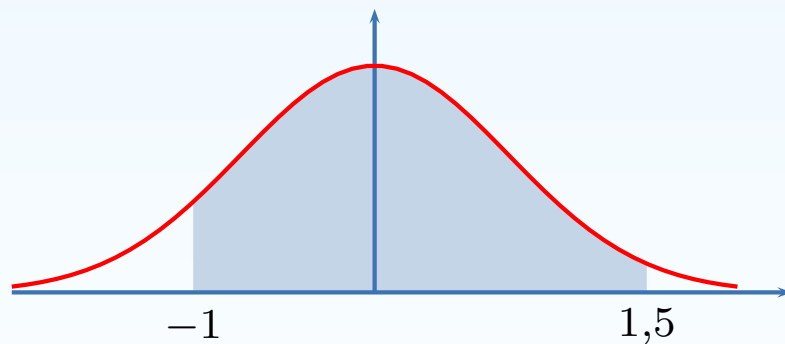
**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) = \phi(0,6) = 0,7257$$

$$P(-1 \leq \underline{x} \leq 1,5) = \phi(1,5) - \phi(-1)$$



# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- **Normitettu**  
normaalijakauma
- Yleinen  
normaalijakauma

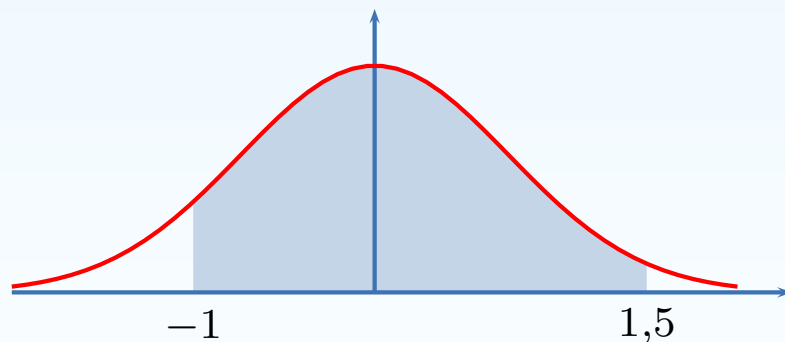
**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) = \phi(0,6) = 0,7257$$

$$\begin{aligned} P(-1 \leq \underline{x} \leq 1,5) &= \phi(1,5) - \phi(-1) \\ &= \phi(1,5) - (1 - \phi(1)) \end{aligned}$$





# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- **Normitettu**  
normaalijakauma
- Yleinen  
normaalijakauma

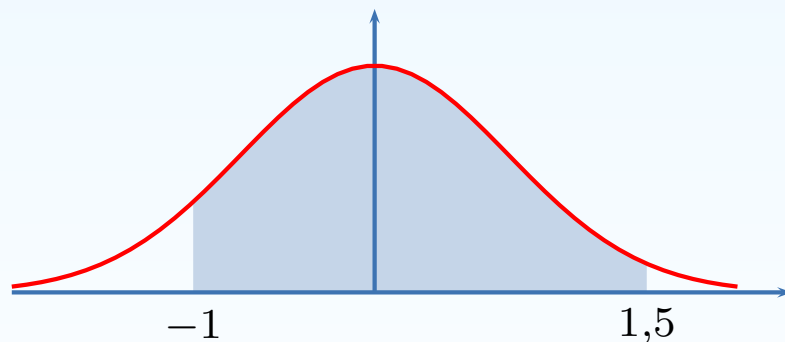
**Esimerkkejä.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ .

$$P(\underline{x} \leq 0,5) = \phi(0,5) = 0,6915$$

$$P(\underline{x} \leq -0,72) = 1 - \phi(0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358$$

$$P(\underline{x} \geq -0,6) = \phi(0,6) = 0,7257$$

$$\begin{aligned} P(-1 \leq \underline{x} \leq 1,5) &= \phi(1,5) - \phi(-1) \\ &= \phi(1,5) - (1 - \phi(1)) \\ &= 0,7745 \end{aligned}$$



# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

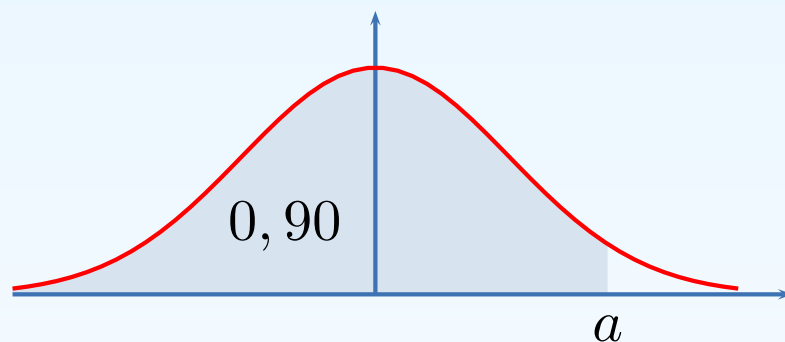
$$P(\underline{x} < a) = 0,90$$

## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} < a) = 0,90$$



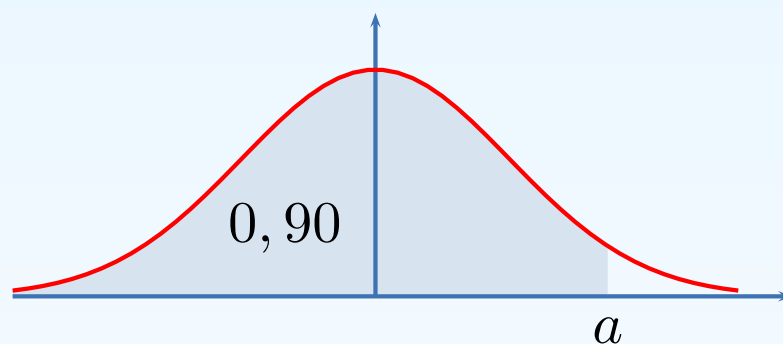
$$P(\underline{x} < a) = 0,90$$

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} < a) = 0,90$$



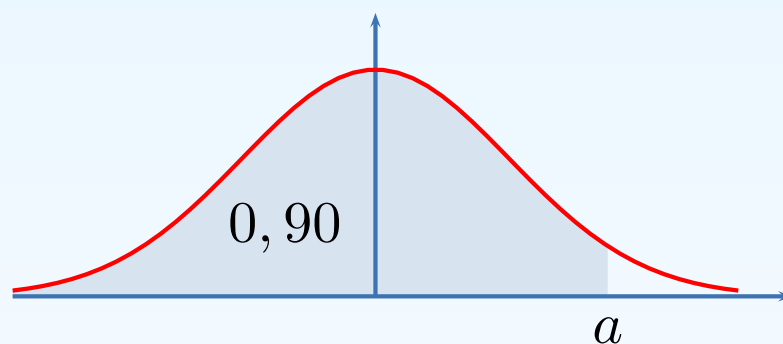
$$\begin{aligned} P(\underline{x} < a) &= 0,90 \\ \phi(a) &= 0,90 \end{aligned}$$

## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} < a) = 0,90$$



$$P(\underline{x} < a) = 0,90$$

$$\phi(a) = 0,90$$

$$a = 1,28$$

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

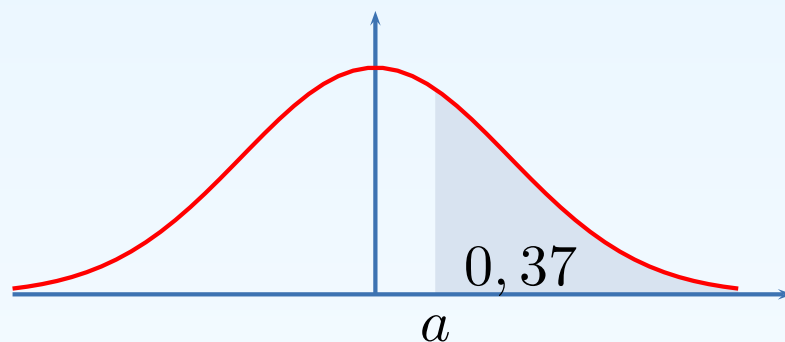
$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$

## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$



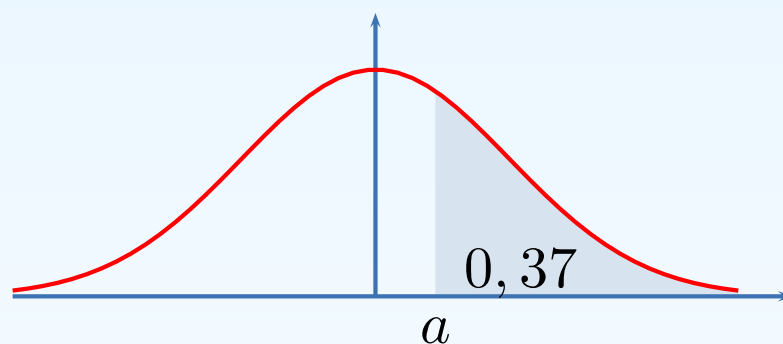
$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$



$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$

$$1 - \phi(a) = 0,37$$

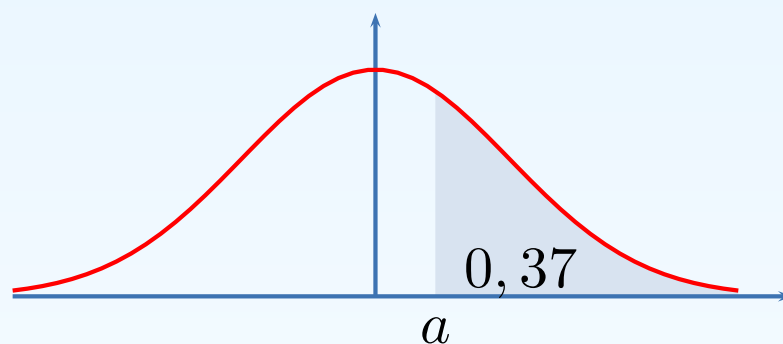


## Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$



$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$

$$1 - \phi(a) = 0,37$$

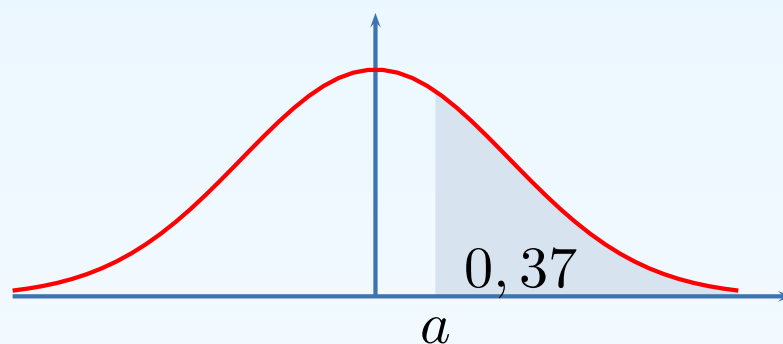
$$\phi(a) = 0,63$$

# Normitettu normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Olkoon  $\underline{x} \sim N(0, 1)$ . Määritä vakio  $a$  siten, että

$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$



$$P(\underline{x} \geq a) = 0,37$$

$$1 - \phi(a) = 0,37$$

$$\phi(a) = 0,63$$

$$a = 0,33$$

# Yleinen normaalijakauma

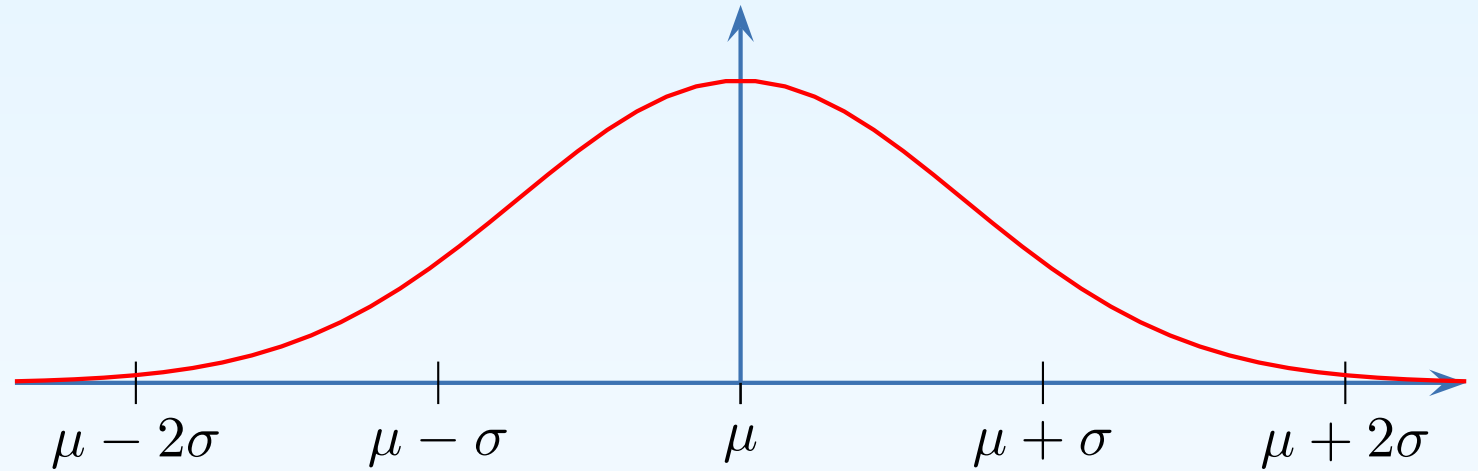
- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Olkoon satunnaismuuttuja  $\underline{x} \sim N(\mu, \sigma)$ .

# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

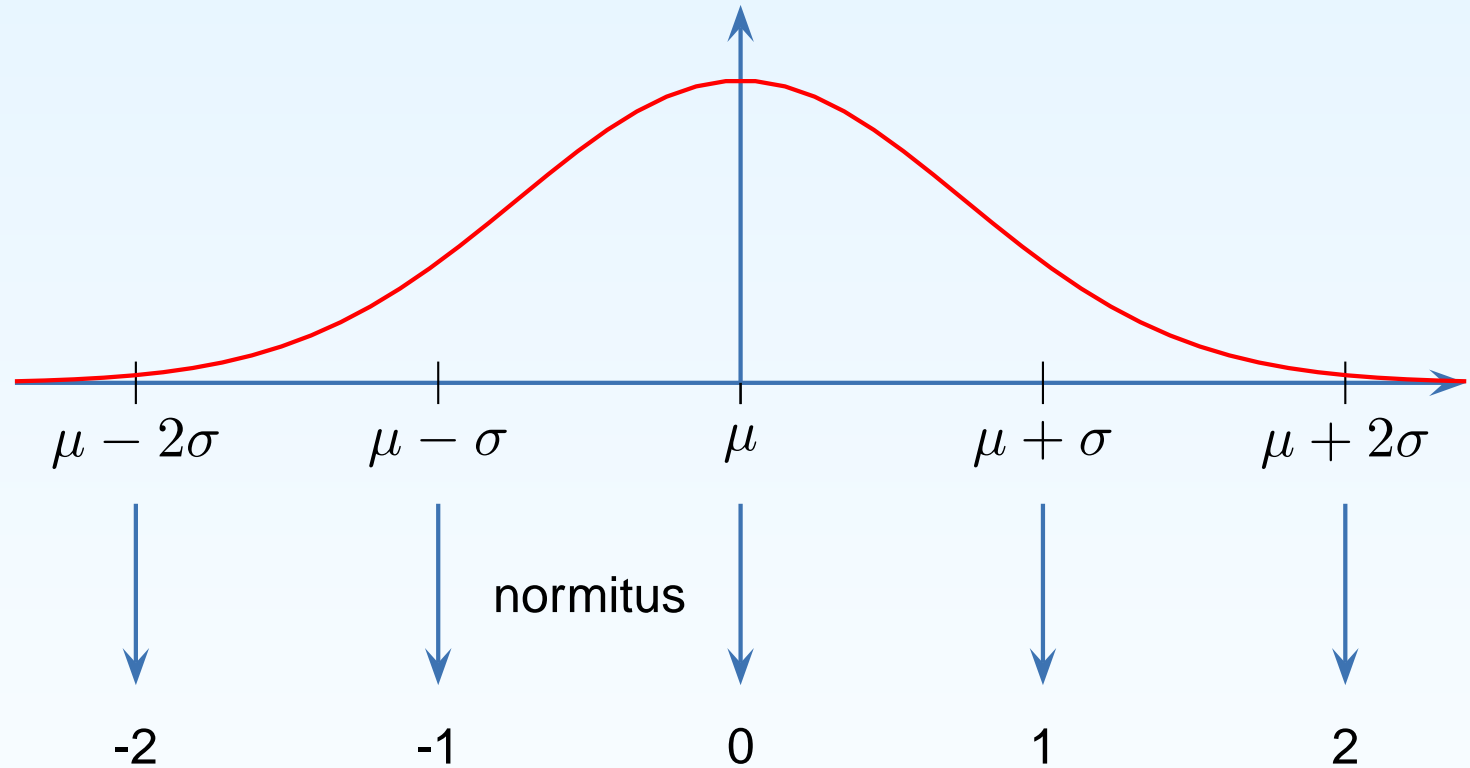
Olkoon satunnaismuuttuja  $\underline{x} \sim N(\mu, \sigma)$ .



# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

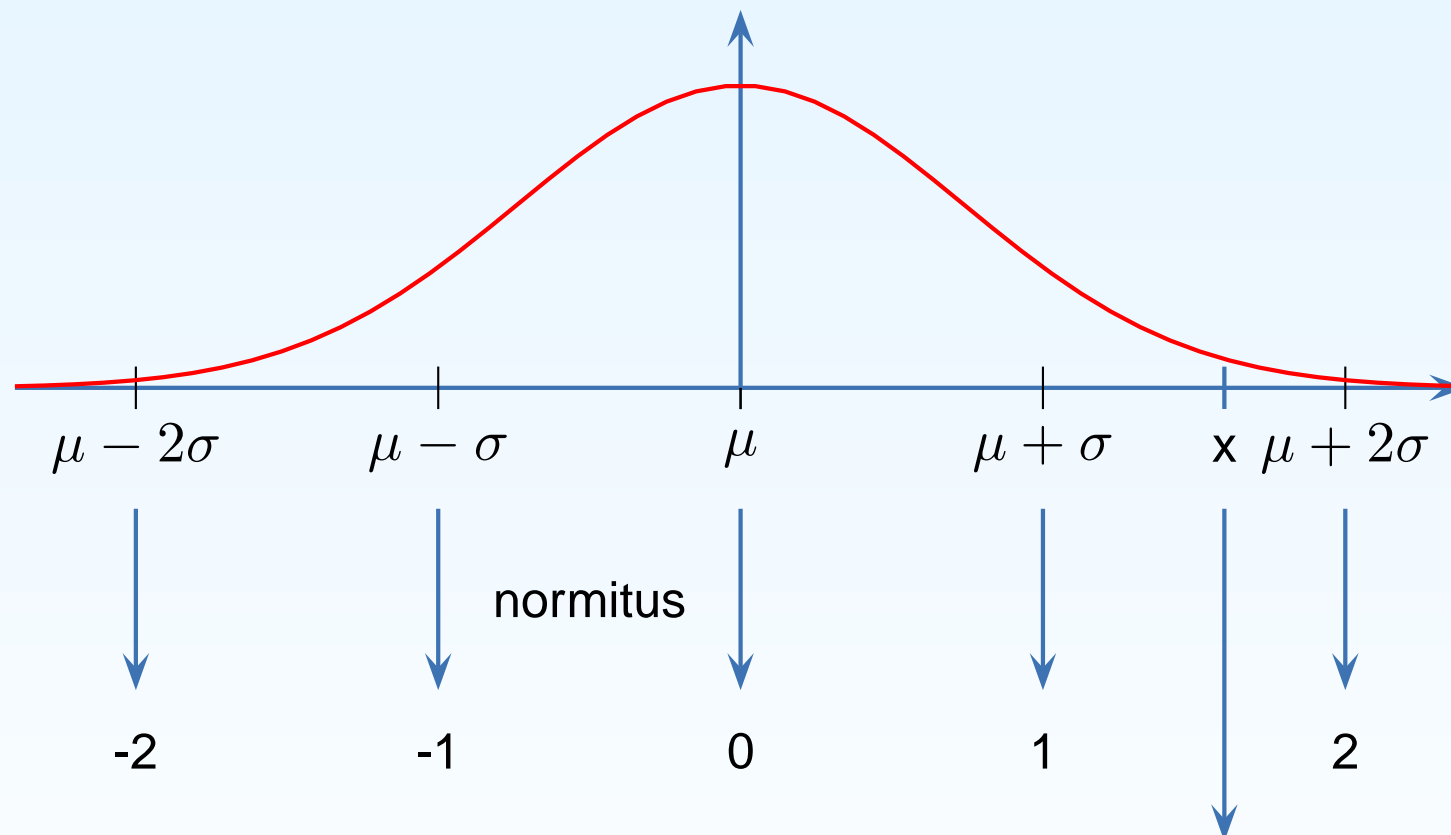
Olkoon satunnaismuuttuja  $\underline{x} \sim N(\mu, \sigma)$ .



# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

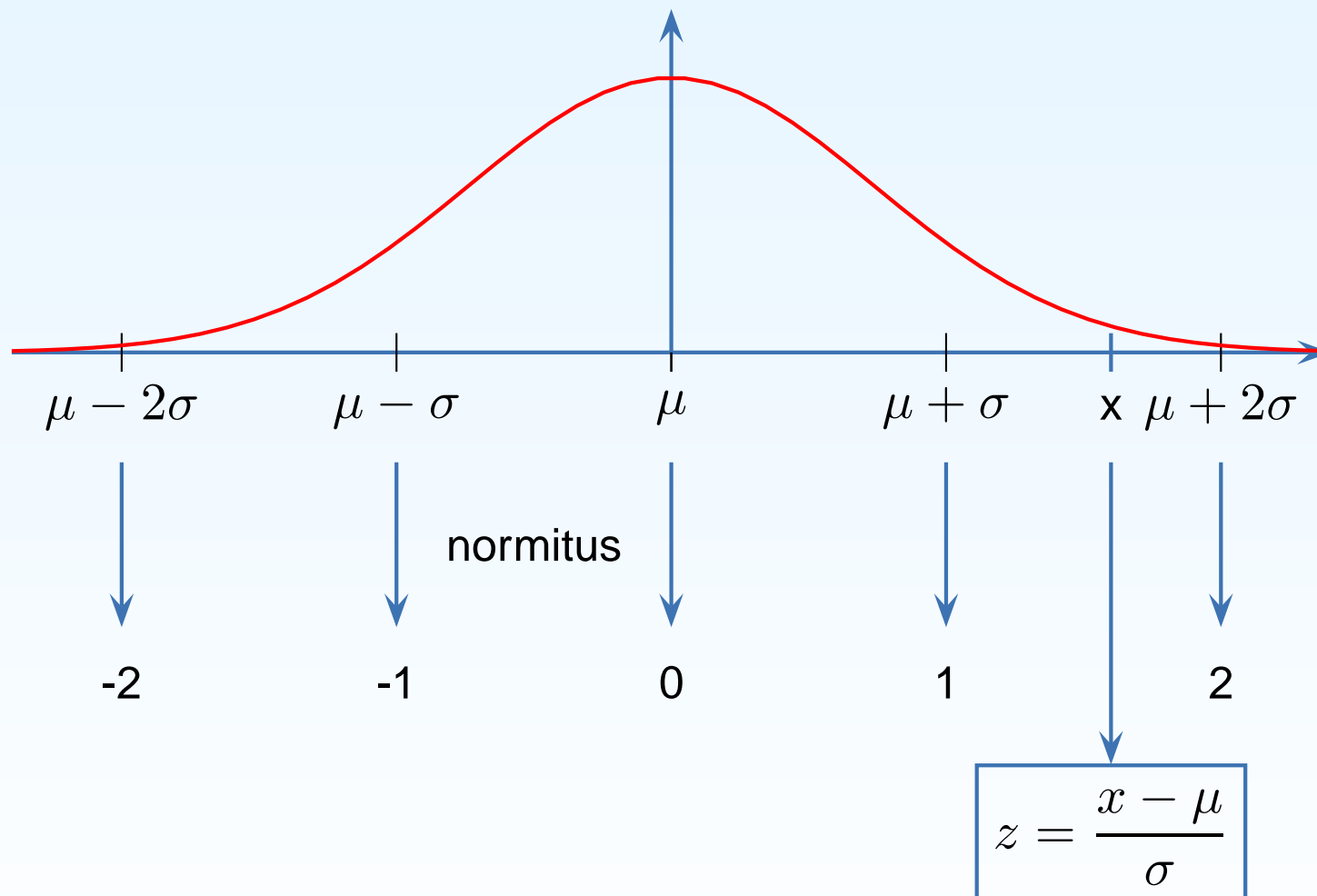
Olkoon satunnaismuuttuja  $\underline{x} \sim N(\mu, \sigma)$ .



# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

Olkoon satunnaismuuttuja  $x \sim N(\mu, \sigma)$ .



## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyyssosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyyssosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä  $[90, 120]$ ?



# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$P(\underline{x} > 140) =$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$P(\underline{x} > 140) = P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right)$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\ &= P(\underline{z} > 2,5) \end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\ &= P(\underline{z} > 2,5) \\ &= 1 - \phi(2,5)\end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938\end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

**b)**

$$P(90 \leq \underline{x} \leq 120) =$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

**b)**

$$P(90 \leq \underline{x} \leq 120) = P\left(\frac{90 - 100}{16} \leq \underline{z} \leq \frac{120 - 100}{16}\right)$$



## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned}P(90 \leq \underline{x} \leq 120) &= P\left(\frac{90 - 100}{16} \leq \underline{z} \leq \frac{120 - 100}{16}\right) \\&= P(-0,625 \leq \underline{z} \leq 1,25)\end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned}P(90 \leq \underline{x} \leq 120) &= P\left(\frac{90 - 100}{16} \leq \underline{z} \leq \frac{120 - 100}{16}\right) \\&= P(-0,625 \leq \underline{z} \leq 1,25) \\&= \phi(1,25) - \phi(-0,625)\end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned}P(90 \leq \underline{x} \leq 120) &= P\left(\frac{90 - 100}{16} \leq \underline{z} \leq \frac{120 - 100}{16}\right) \\&= P(-0,625 \leq \underline{z} \leq 1,25) \\&= \phi(1,25) - \phi(-0,625) \\&= \phi(1,25) - (1 - \phi(0,625))\end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Älykkyydosamäärä jakautuu normaalisti keskiarvon ollessa 100 ja keskihajonnan 16. Kuinka suurella osalla väestöstä älykkyydosamäärä on **a)** yli 140, **b)** välillä [90, 120]?

**a)**

$$\begin{aligned}P(\underline{x} > 140) &= P\left(\underline{z} > \frac{140 - 100}{16}\right) \\&= P(\underline{z} > 2,5) \\&= 1 - \phi(2,5) \\&= 1 - 0,9938 \\&= 0,0062\end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned}P(90 \leq \underline{x} \leq 120) &= P\left(\frac{90 - 100}{16} \leq \underline{z} \leq \frac{120 - 100}{16}\right) \\&= P(-0,625 \leq \underline{z} \leq 1,25) \\&= \phi(1,25) - \phi(-0,625) \\&= \phi(1,25) - (1 - \phi(0,625)) \\&\approx 0,63\end{aligned}$$

# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

# Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$P(\underline{x} > a) = 0,15$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > a) &= 0,15 \\ P\left(\underline{z} > \frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > a) &= 0,15 \\ P\left(\underline{z} > \frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ 1 - \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \end{aligned}$$



## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > a) &= 0,15 \\ P\left(\underline{z} > \frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ 1 - \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,85 \end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > a) &= 0,15 \\ P\left(\underline{z} > \frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ 1 - \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,85 \\ \frac{a - 82}{12} &= 1,04 \end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > a) &= 0,15 \\ P\left(\underline{z} > \frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ 1 - \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,85 \\ \frac{a - 82}{12} &= 1,04 \\ a &= 94,48 \end{aligned}$$

## Yleinen normaalijakauma

- Normaalijakauma
- Normitettu normaalijakauma
- Yleinen normaalijakauma

**Esimerkki.** Soveltuvuustestien tulokset noudattavat normaalijakaumaa keskiarvona 82 ja keskihajontana 12. Mikä on hyväksymisraja, jos halutaan, että 15% läpäisee testin?

$$\underline{x} \sim N(82, 12)$$

$$\begin{aligned} P(\underline{x} > a) &= 0,15 \\ P\left(\underline{z} > \frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ 1 - \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,15 \\ \phi\left(\frac{a - 82}{12}\right) &= 0,85 \\ \frac{a - 82}{12} &= 1,04 \\ a &= 94,48 \\ a &\approx 94 \end{aligned}$$