Funktion kulku

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

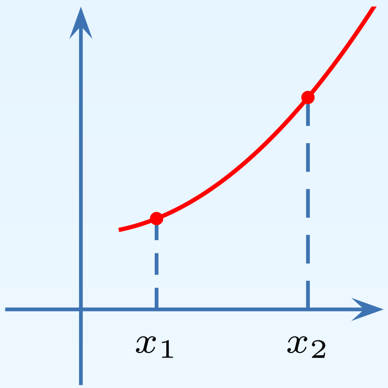
Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

- *aidosti kasvava*, jos

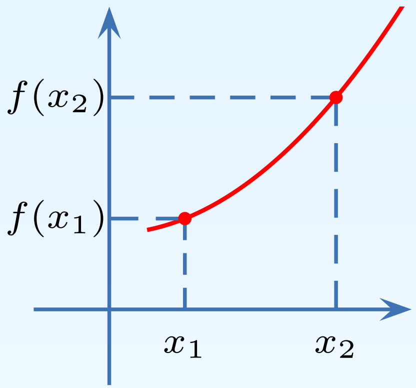
  $x_1 < x_2 \Rightarrow$



Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

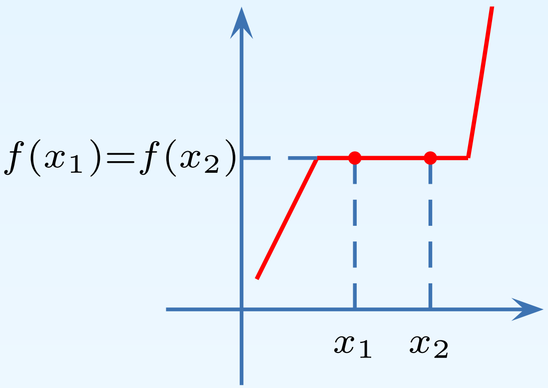
- *aidosti kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$



Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

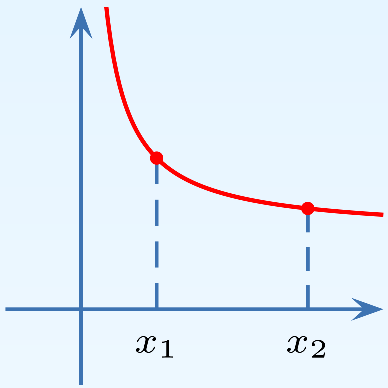
- *aidosti kasvava*, jos
  $$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$
- *kasvava*, jos
  $$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$



Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

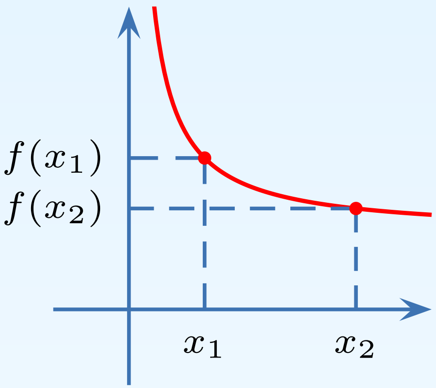
- *aidosti kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- *kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
- *aidosti vähenevä*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow$



Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

- *aidosti kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- *kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
- *aidosti vähenevä*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

- *aidosti kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- *kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
- *aidosti vähenevä*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- *vähenevä*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

aina, kun $x_1, x_2 \in I$.

Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)

Määritelmä 1. Funktio f on välillä $I \subset \mathbb{R}$

- *aidosti kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- *kasvava*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
- *aidosti vähenevä*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- *vähenevä*, jos
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

aina, kun $x_1, x_2 \in I$.

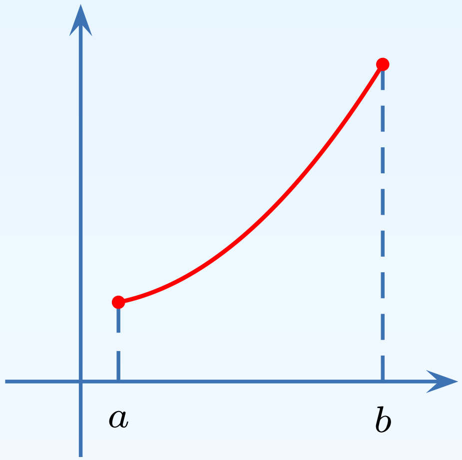
Funktio f on *(aidosti) monotoninen* välillä I, jos se on tällä välillä (aidosti) kasvava tai (aidosti) vähenevä.

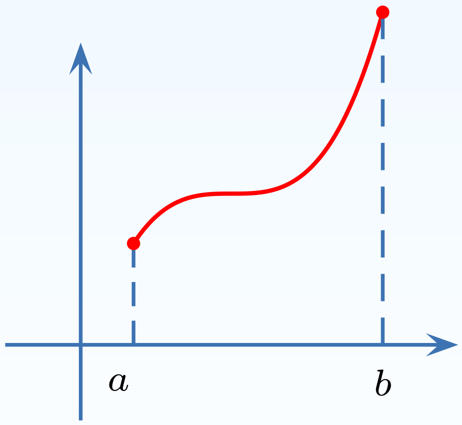
Funktion monotonisuuden tutkiminen

Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

- *aidosti kasvava, jos*

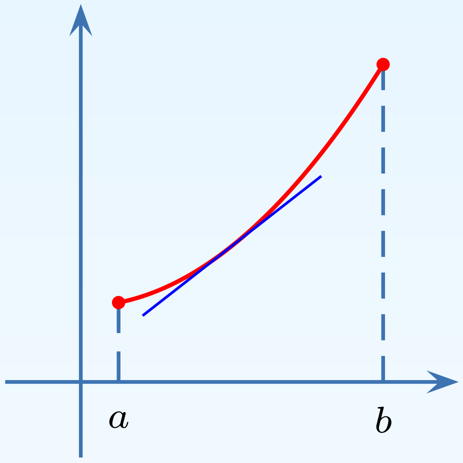


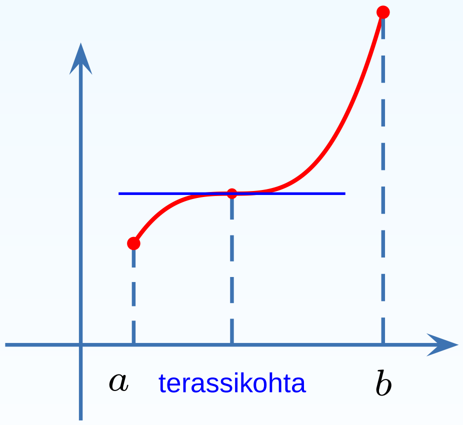


Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

- *aidosti kasvava, jos*

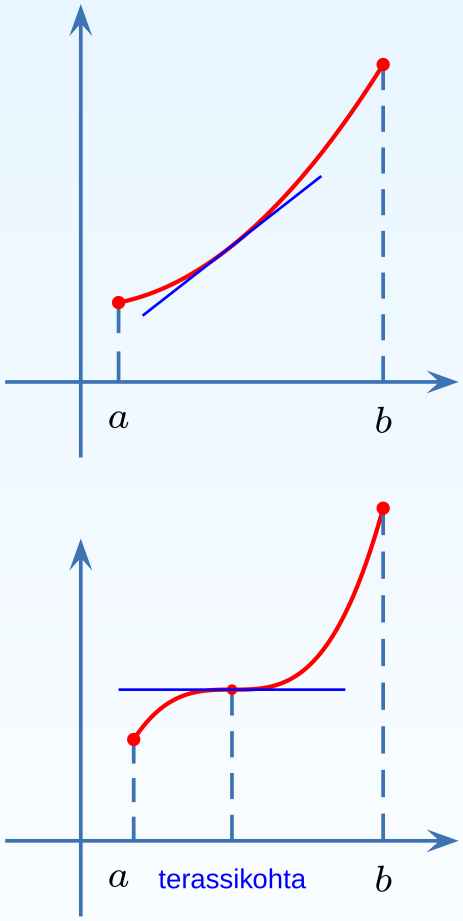




Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

- *aidosti kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*

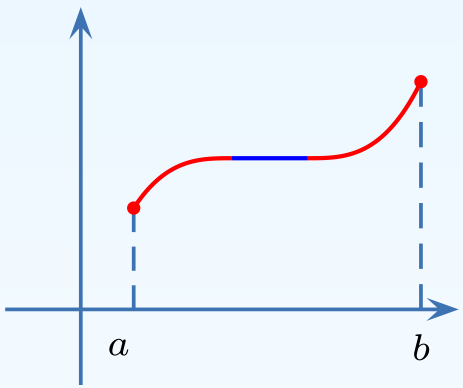


- Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)
- Funktion monotonisuuden tutkiminen
- Funktion paikalliset ääriarvot
- Ääriarvokohtia — eri tapauksia
- Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

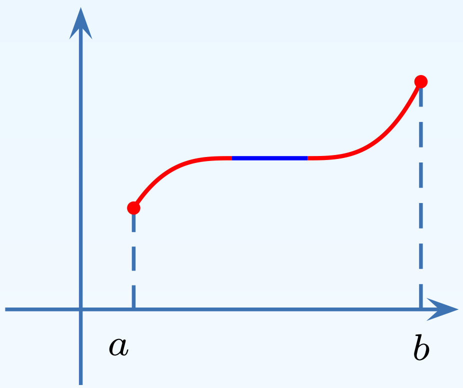
- *aidosti kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*
- *kasvava, jos*



Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

- *aidosti kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*
- *kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$,*



Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

- *aidosti kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*
- *kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$,*
- *aidosti vähenevä, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \leq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*

Funktion monotonisuuden tutkiminen

Lause 1. *Olkoon funktio f jatkuva välillä $[a, b]$ ja derivoituva välillä $]a, b[$. Funktio f on välillä $[a, b]$*

- *aidosti kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*
- *kasvava, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \geq 0$,*
- *aidosti vähenevä, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \leq 0$ ja $f'(x) = 0$ vain yksittäisissä kohdissa,*
- *vähenevä, jos välillä $]a, b[$ on $f'(x) \leq 0$*

Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

● Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)
● Funktion monotonisuuden tutkiminen
● Funktion paikalliset ääriarvot
● Ääriarvokohtia — eri tapauksia
● Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) =$

Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.
$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$

Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.
$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

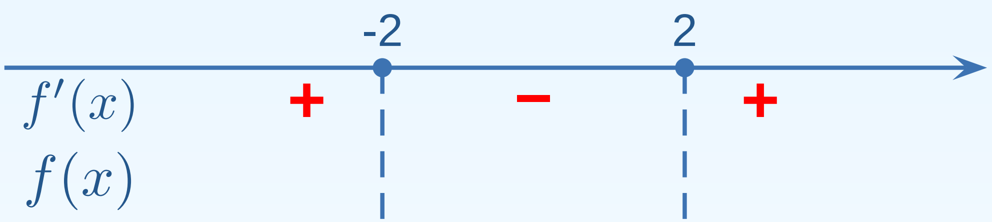
$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

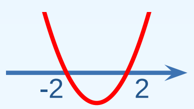
Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$



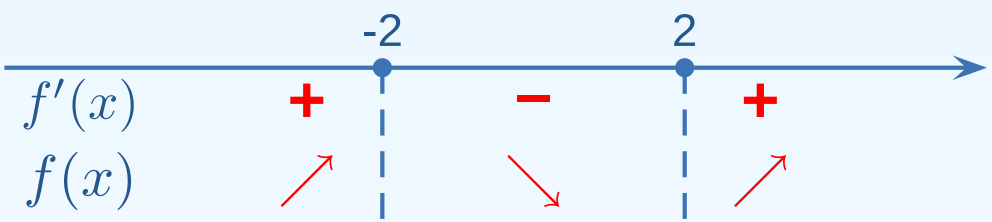


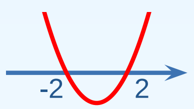
Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \lor x = -2$



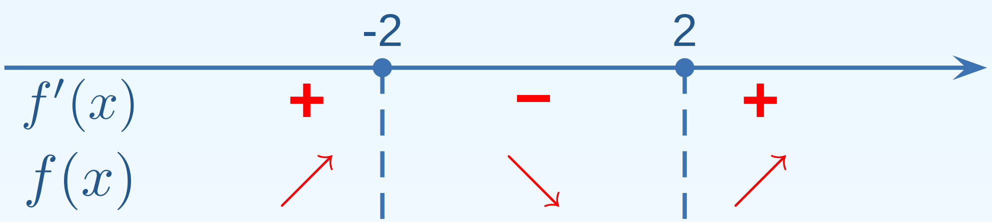


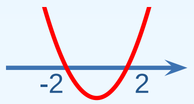
Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$





f on aidosti kasvava, kun $x \leq -2 \vee x \geq 2$

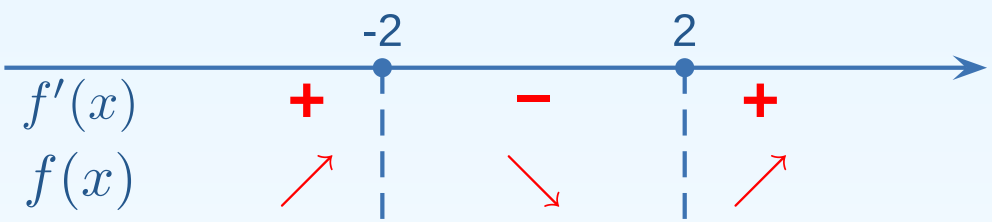
f on aidosti vähenevä, kun $-2 \leq x \leq 2$

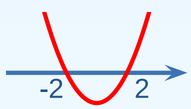
Esimerkki

Tutki funktion $f(x) = x^3 - 12x$ monotonisuutta.

f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

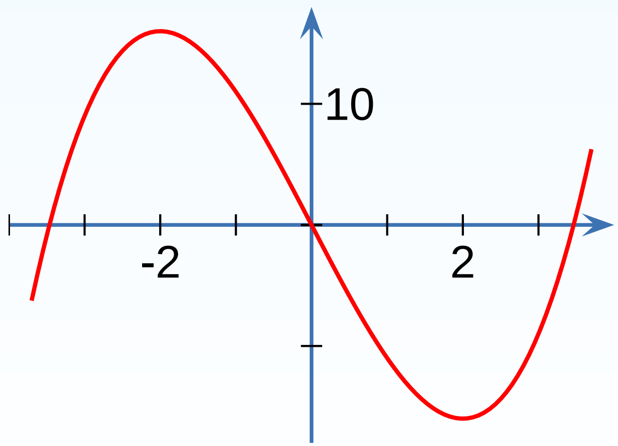
$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$





f on aidosti kasvava, kun $x \leq -2 \vee x \geq 2$

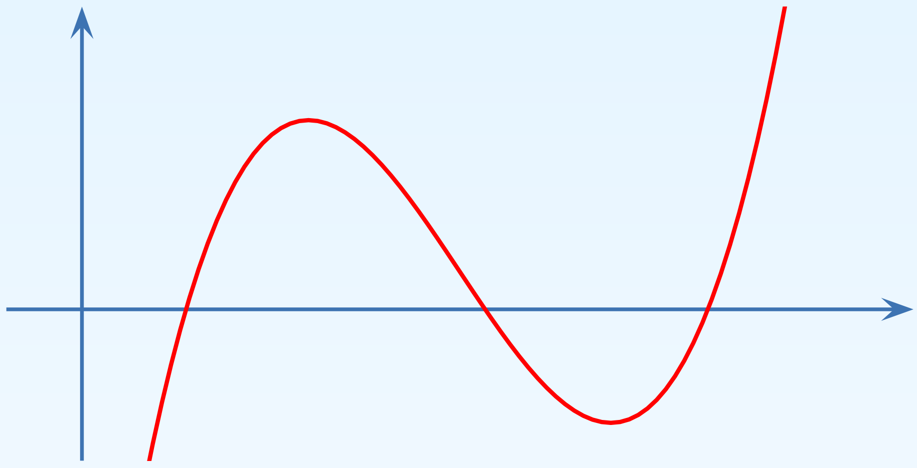
f on aidosti vähenevä, kun $-2 \leq x \leq 2$



Funktion paikalliset ääriarvot

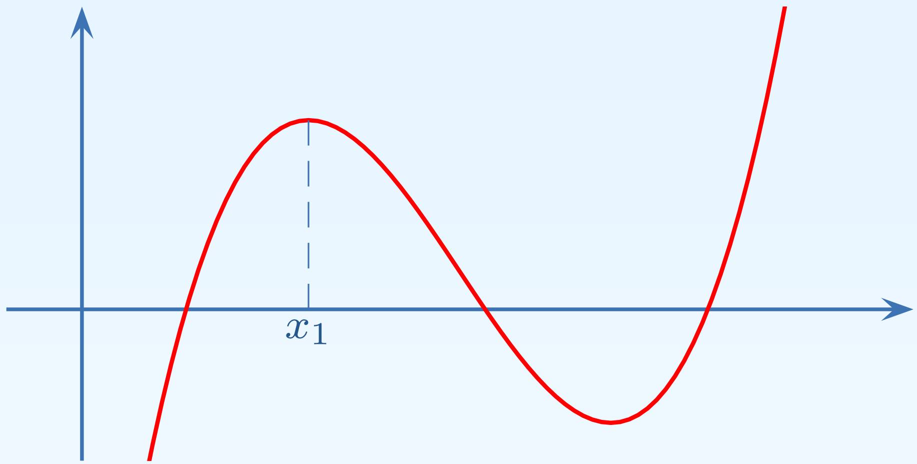
Funktion paikalliset ääriarvot

- Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)
- Funktion monotonisuuden tutkiminen
- Funktion paikalliset ääriarvot
- Ääriarvokohtia — eri tapauksia
- Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot



maksimikohta

Funktion paikalliset ääriarvot

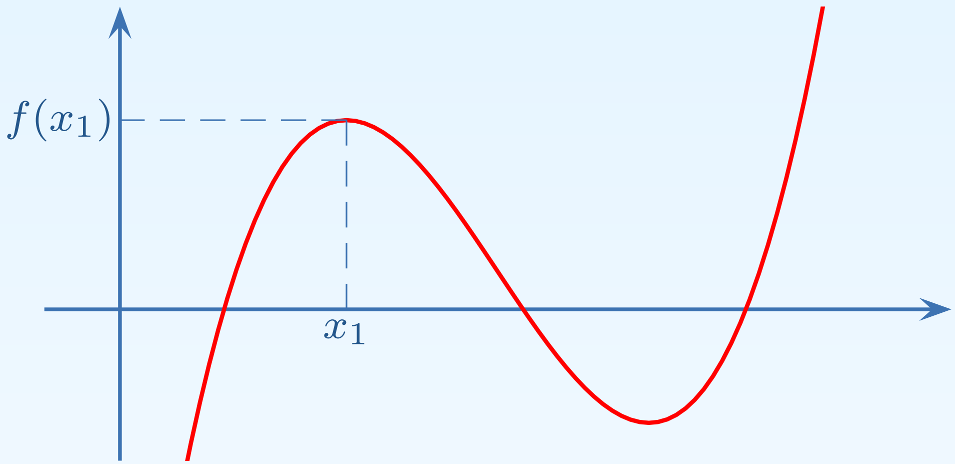


maksimikohta x_1

maksimi(arvo)

- Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)
- Funktion monotonisuuden tutkiminen
- Funktion paikalliset ääriarvot
- Ääriarvokohtia — eri tapauksia
- Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Funktion paikalliset ääriarvot

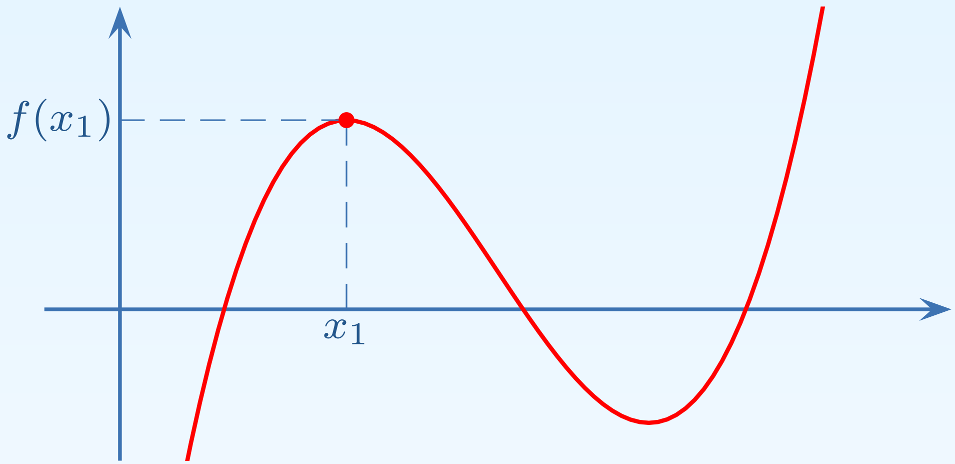


maksimikohta x_1

maksimi(arvo) $f(x_1)$

maksimipiste

Funktion paikalliset ääriarvot



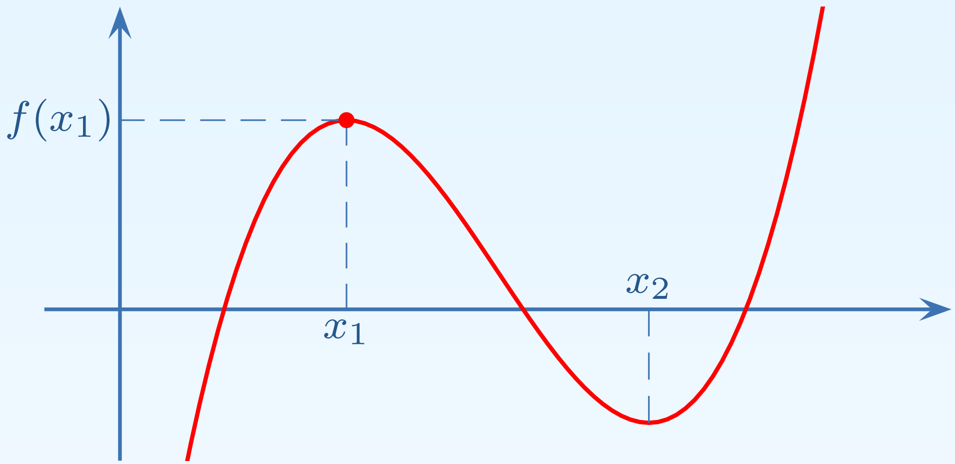
maksimikohta x_1

maksimi(arvo) $f(x_1)$

maksimipiste $(x_1, f(x_1))$

minimikohta

Funktion paikalliset ääriarvot



maksimikohta x_1

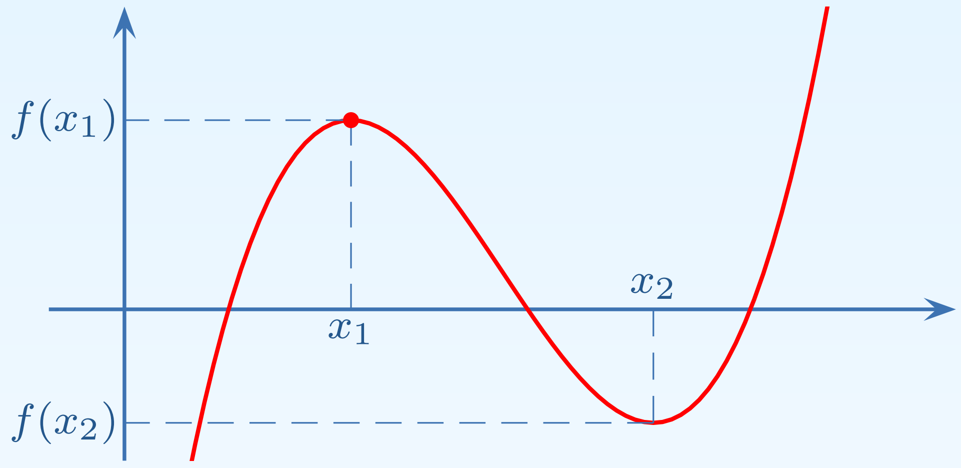
maksimi(arvo) $f(x_1)$

maksimipiste $(x_1, f(x_1))$

minimikohta x_2

minimi(arvo)

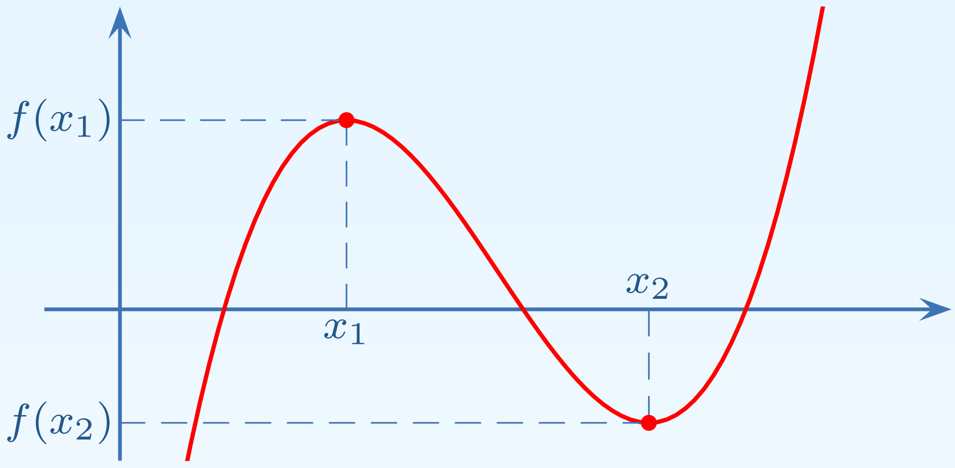
Funktion paikalliset ääriarvot



maksimikohta x_1
maksimi(arvo) $f(x_1)$
maksimipiste $(x_1, f(x_1))$

minimikohta x_2
minimi(arvo) $f(x_2)$
minimipiste

Funktion paikalliset ääriarvot



maksimikohta x_1
maksimi(arvo) $f(x_1)$
maksimipiste $(x_1, f(x_1))$

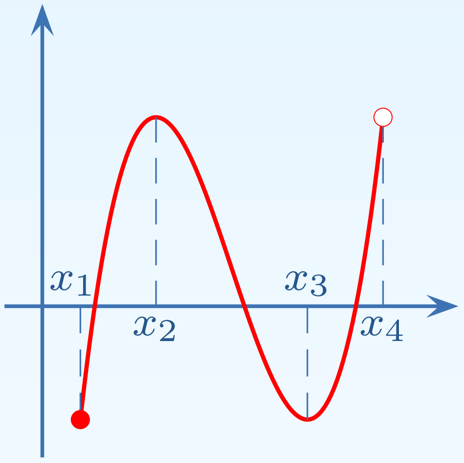
minimikohta x_2
minimi(arvo) $f(x_2)$
minimipiste $(x_2, f(x_2))$

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

- Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)
- Funktion monotonisuuden tutkiminen
- Funktion paikalliset ääriarvot
- Ääriarvokohtia — eri tapauksia
- Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktio on derivoituva



x_1

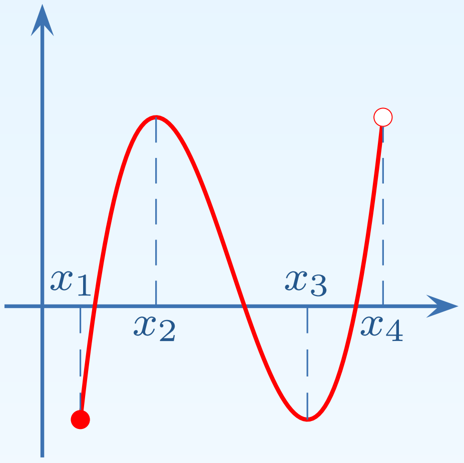
x_2

x_3

x_4

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktio on derivoituva



x_1 minimikohta

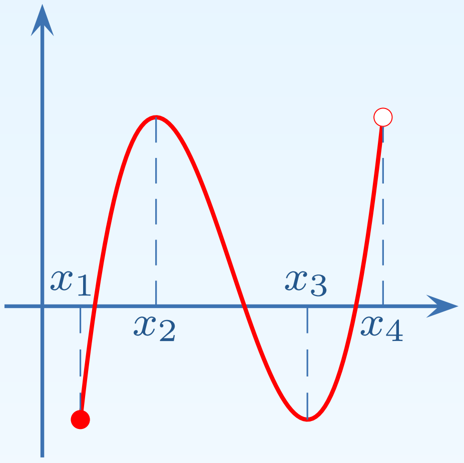
x_2 maksimikohta

x_3 minimikohta

x_4 ei ääriarvokohta

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktio on derivoituva



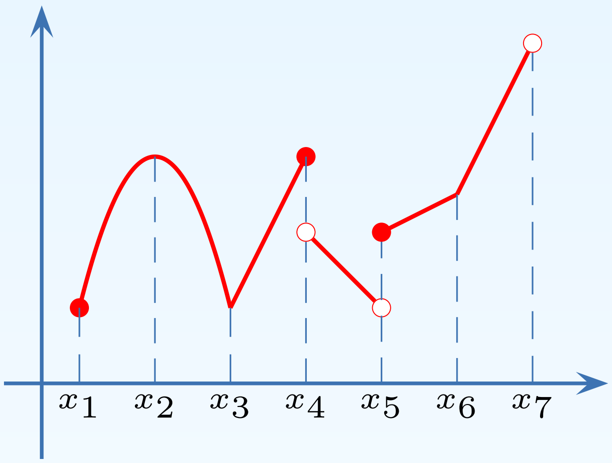
x_1 minimikohta

x_2 maksimikohta

x_3 minimikohta

x_4 ei ääriarvokohta

Funktio ei ole derivoituva kaikissa kohdissa



x_1

x_2

x_3

x_4

x_5

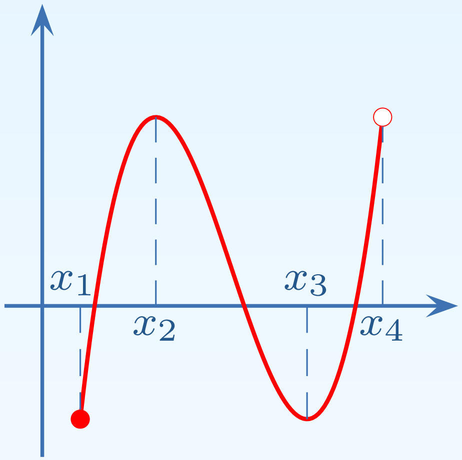
x_6

x_7

- Funktion kasvavuus ja vähenevyys (monotonisuus)
- Funktion monotonisuuden tutkiminen
- Funktion paikalliset ääriarvot
- Ääriarvokohtia — eri tapauksia
- Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

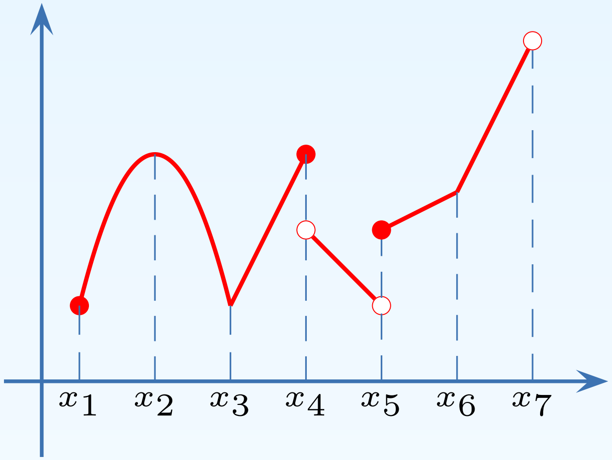
Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktio on derivoituva



x_1 minimikohta
x_2 maksimikohta
x_3 minimikohta
x_4 ei ääriarvokohta

Funktio ei ole derivoituva kaikissa kohdissa



x_1 minimikohta
x_2 maksimikohta
x_3 minimikohta
x_4 maksimikohta
x_5 ei ääriarvokohta
x_6 ei ääriarvokohta
x_7 ei ääriarvokohta

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

1. derivaatan nollakohdat,

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

1. derivaatan nollakohdat,
2. määrittelyvälin päätepisteet,

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

1. derivaatan nollakohdat,
2. määrittelyvälin päätepisteet,
3. terävät kärjet,

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

1. derivaatan nollakohdat,
2. määrittelyvälin päätepisteet,
3. terävät kärjet,
4. epäjatkuvuuskohdat.

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

1. derivaatan nollakohdat,
2. määrittelyvälin päätepisteet,

derivoituva funktio

3. terävät kärjet,
4. epäjatkuvuuskohdat.

Ääriarvokohtia — eri tapauksia

Funktion ääriarvokohtia *voivat* olla

1. derivaatan nollakohdat,
2. määrittelyvälin päätepisteet,
3. terävät kärjet,
4. epäjatkuvuuskohdat.

$\left.\begin{array}{l}1.\ \text{derivaatan nollakohdat,}\\ 2.\ \text{määrittelyvälin päätepisteet,}\end{array}\right\}$ derivoituva funktio

Miten ääriarvokohdat löydetään?

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) =$

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow$

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

Esimerkki

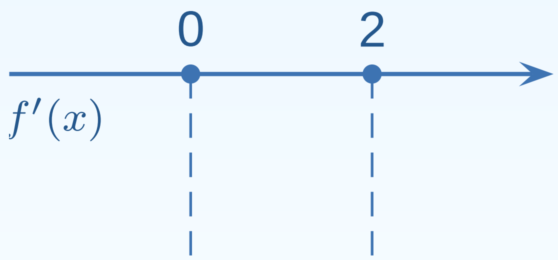
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$



Esimerkki

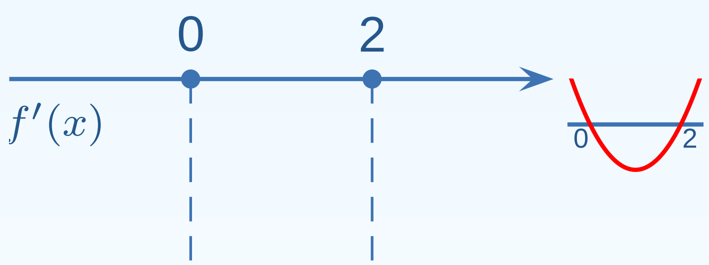
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = 2$$



Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

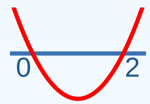
a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

		0		2	
$f'(x)$	+		-		+
$f(x)$					



Esimerkki

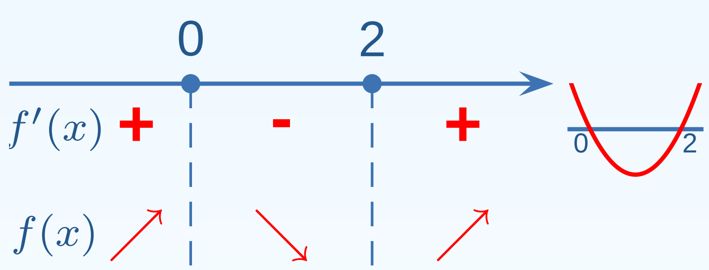
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$



Esimerkki

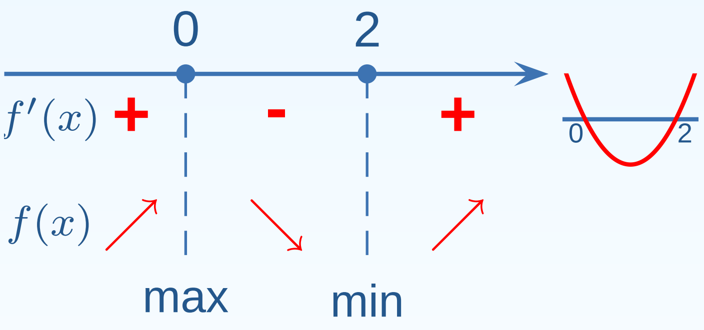
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = 2$$



Esimerkki

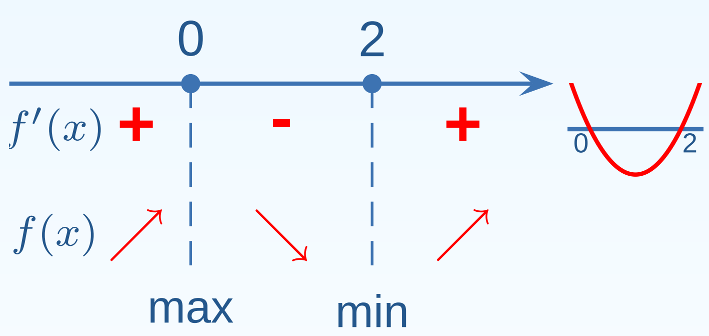
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$



maksimikohta $x = 0$

maksimi $f(0) = 3$

minimikohta $x = 2$

minimi $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3 = -1$

Esimerkki

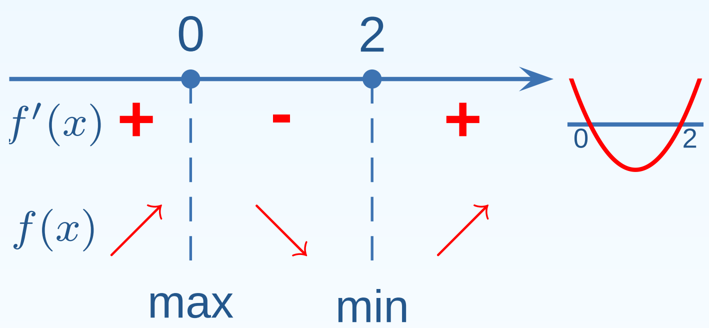
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

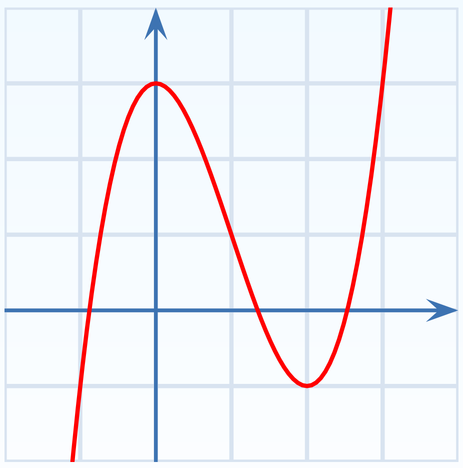
a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

a) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$





maksimikohta $x = 0$

maksimi $f(0) = 3$

minimikohta $x = 2$

minimi $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3 = -1$

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

b) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$

Esimerkki

Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

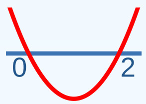
a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

b) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = 2$$

	-1		0		2		3
$f'(x)$		+		-		+	
$f(x)$		↗		↘		↗	



Esimerkki

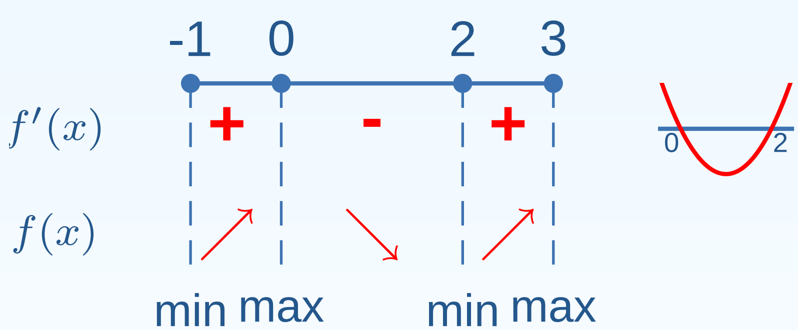
Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ ääriarvot,

a) kun $x \in \mathbb{R}$,

b) välillä $[-1, 3]$.

b) f on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$



maksimikohta	maksimi	minimikohta	minimi
$x = 0$	$f(0) = 3$	$x = 2$	$f(2) = 1$
$x = 3$	$f(3) = 3$	$x = -1$	$f(-1) = -1$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.
f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.
f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$f'(x) =$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.
f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} =$$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.
f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow$$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

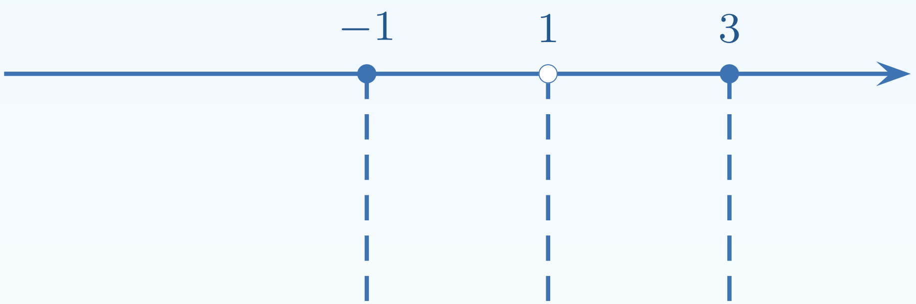
Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \lor x = 3$$



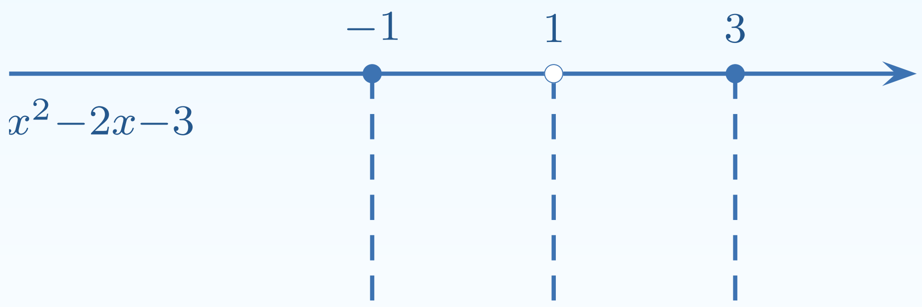
Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.
f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$



Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

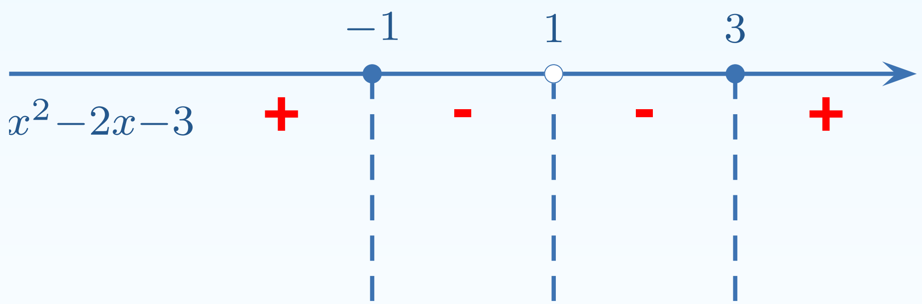
Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$



Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

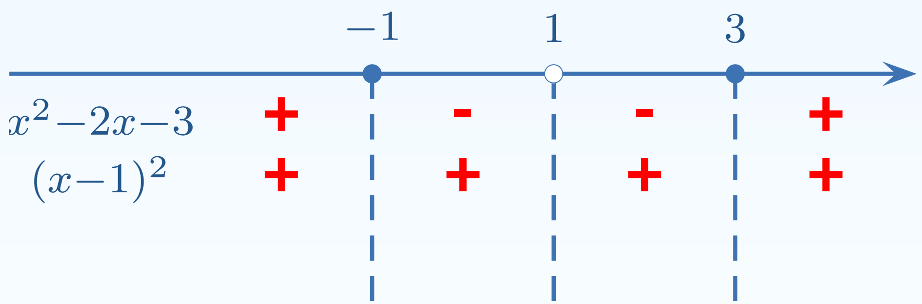
Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$



Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$

		-1		1		3	
x^2-2x-3	+		-		-		+
$(x-1)^2$	+		+		+		+
$f'(x)$	+		-		-		+

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$

		-1		1		3	
x^2-2x-3	+		-		-		+
$(x-1)^2$	+		+		+		+
$f'(x)$	+		-		-		+
$f(x)$	↗		↘		↘		↗

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$

		-1		1		3	
x^2-2x-3	+		-		-		+
$(x-1)^2$	+		+		+		+
$f'(x)$	+		-		-		+
$f(x)$	↗	max	↘		↘	min	↗

kasvava, kun

vähenevä, kun

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$

		-1		1		3	
x^2-2x-3	+		-		-		+
$(x-1)^2$	+		+		+		+
$f'(x)$	+		-		-		+
$f(x)$	↗	max	↘		↘	min	↗

kasvava, kun $x \leq -1 \vee x \geq 3$

vähenevä, kun $-1 \leq x < 1 \vee 1 < x \leq 3$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

		-1		1		3	
x^2-2x-3	+		-		-		+
$(x-1)^2$	+		+		+		+
$f'(x)$	+		-		-		+
$f(x)$	↗	max	↘		↘	min	↗

kasvava, kun $x \leq -1 \vee x \geq 3$

vähenevä, kun $-1 \leq x < 1 \vee 1 < x \leq 3$

maksimi $f(-1) = -2$ ja minimi $f(3) = 6$

Rationaalifunktion monotonisuus ja ääriarvot

Esimerkki. Tutki funktion $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ monotonisuutta. Määritä myös ääriarvot.

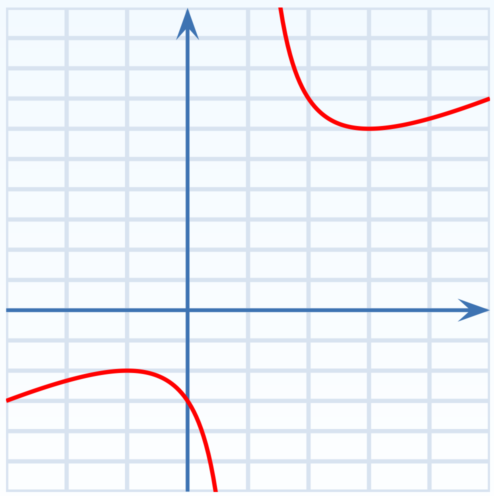
Määrittelyehto on $x \neq 1$.

f on jatkuva ja derivoituva, kun $x \neq 1$.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)-(x^2+3)\cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=3$$

		-1		1		3	
x^2-2x-3	+		-		-		+
$(x-1)^2$	+		+		+		+
$f'(x)$	+		-		-		+
$f(x)$	↗	max	↘		↘	min	↗



kasvava, kun $x \leq -1 \vee x \geq 3$

vähenevä, kun $-1 \leq x < 1 \vee 1 < x \leq 3$

maksimi $f(-1) = -2$ ja minimi $f(3) = 6$