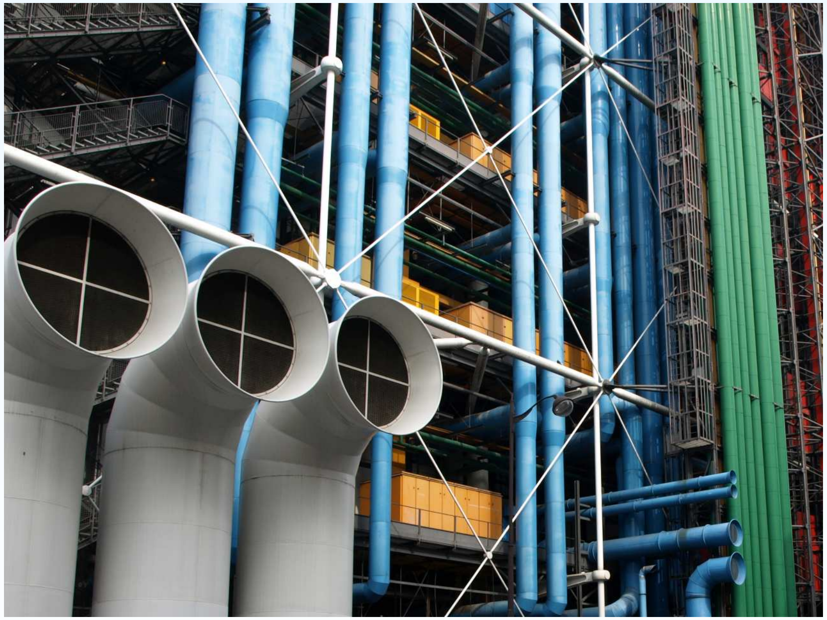
Jatkuvan funktion ominaisuudet

Hannu Lehto

Lahden Lyseon lukio



Jatkuvan funktion nollakohdat

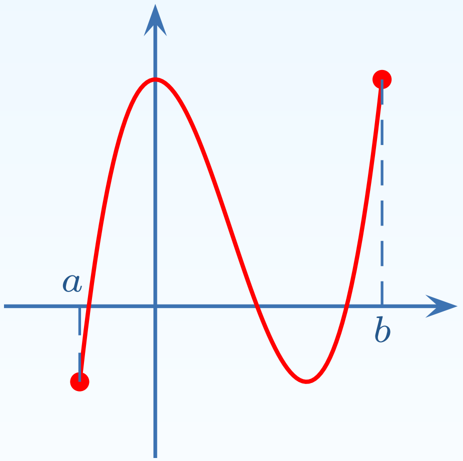
Jatkuvan funktion nollakohdat

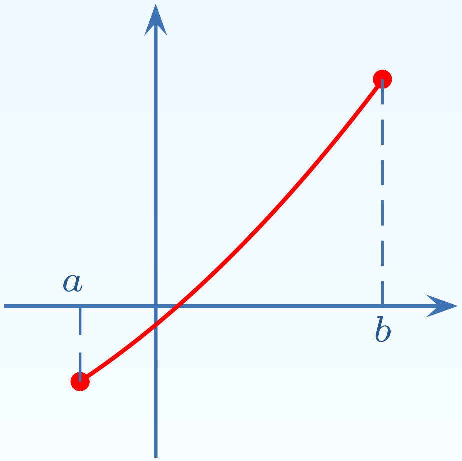
Lause 1. *Olkoon* f *jatkuva välillä* $[a, b]$. *Jos lisäksi* $f(a)$ *ja* $f(b)$ *ovat erimerkkiset, niin*

● Jatkuvan funktion nollakohdat
● Haarukointi
● Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
● Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Jatkuvan funktion nollakohdat

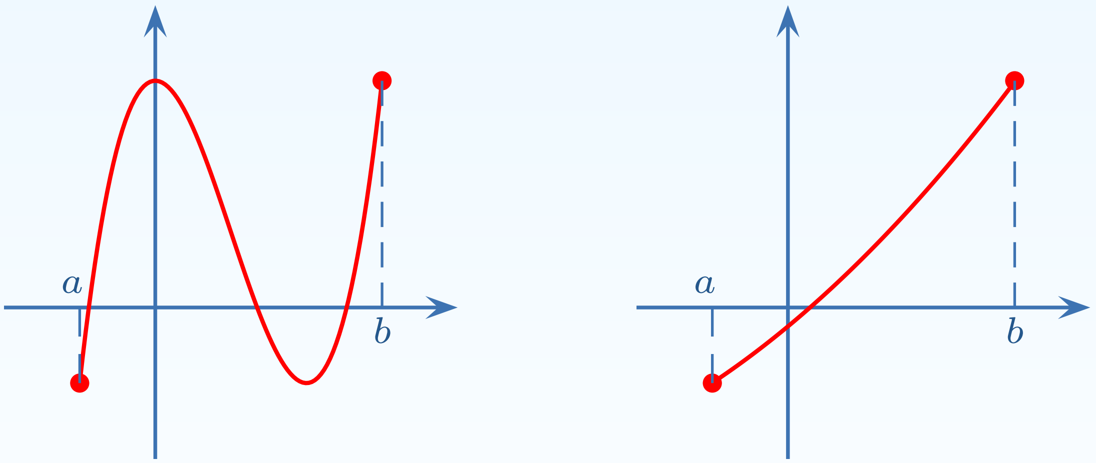
Lause 1. *Olkoon f jatkuva välillä $[a, b]$. Jos lisäksi $f(a)$ ja $f(b)$ ovat erimerkkiset, niin*





Jatkuvan funktion nollakohdat

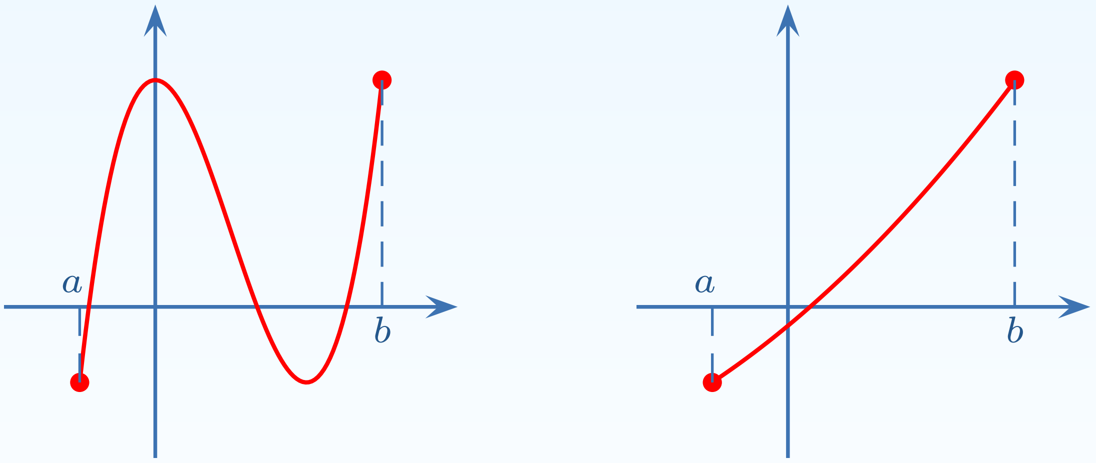
Lause 1. *Olkoon f jatkuva välillä $[a, b]$. Jos lisäksi $f(a)$ ja $f(b)$ ovat erimerkkiset, niin funktiolla on välillä $]a, b[$ ainakin yksi nollakohta.*



Jatkuvan funktion nollakohdat

Lause 1. *Olkoon f jatkuva välillä $[a, b]$. Jos lisäksi $f(a)$ ja $f(b)$ ovat erimerkkiset, niin funktiolla on välillä $]a, b[$ ainakin yksi nollakohta.*

Jos lisäksi f on aidosti monotoninen, niin nollakohtia on tasan yksi.



Esimerkki

Osoita,että funktiolla $f(x) = x^3 + 2x - 3$ on täsmälleen yksi nollakohta.

Esimerkki

Osoita,että funktiolla $f(x) = x^3 + 2x - 3$ on täsmälleen yksi nollakohta.

- Funktio f on jatkuva polynomifunktiona.

Esimerkki

Osoita,että funktiolla $f(x) = x^3 + 2x - 3$ on täsmälleen yksi nollakohta.

- Funktio f on jatkuva polynomifunktiona.
- $f(0) = -3 < 0$ ja $f(2) = 9 > 0$.

Esimerkki

Osoita,että funktiolla $f(x) = x^3 + 2x - 3$ on täsmälleen yksi nollakohta.

- Funktio f on jatkuva polynomifunktiona.
- $f(0) = -3 < 0$ ja $f(2) = 9 > 0$.

Täten funktiolla f on ainakin yksi nollakohta.

Esimerkki

Osoita,että funktiolla $f(x) = x^3 + 2x - 3$ on täsmälleen yksi nollakohta.

- Funktio f on jatkuva polynomifunktiona.
- $f(0) = -3 < 0$ ja $f(2) = 9 > 0$.

Täten funktiolla f on ainakin yksi nollakohta.

- $f'(x) = 3x^2 + 2 > 0$ (Miksi?),

Esimerkki

Osoita,että funktiolla $f(x) = x^3 + 2x - 3$ on täsmälleen yksi nollakohta.

- Funktio f on jatkuva polynomifunktiona.
- $f(0) = -3 < 0$ ja $f(2) = 9 > 0$.

Täten funktiolla f on ainakin yksi nollakohta.

- $f'(x) = 3x^2 + 2 > 0$ (Miksi?), joten f on aidosti kasvava.

Näin funktiolla on tasan yksi nollakohta.

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$$

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$$f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$$

		-3		1	
$f'(x)$	-		+		-

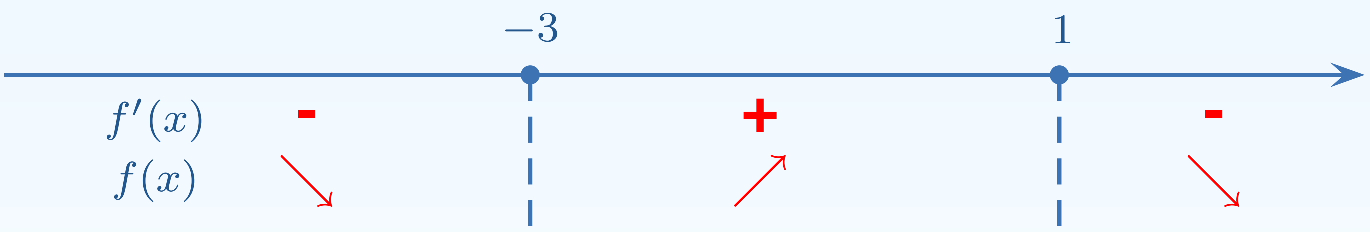
Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$



Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$

	-3		1	
$f'(x)$	-	+	-	
$f(x)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	

$]-\infty, -3]$	$[-3, 1]$	$[1, \infty[$
$f(-3) = -7 < 0$	$f(-3) = -7 < 0$	$f(1) = 3\frac{2}{3} > 0$
$f(-6) = 20 > 0$	$f(1) = 3\frac{2}{3} > 0$	$f(3) = -7 < 0$
f aid. vähenevä	f aid. kasvava	f aid. vähenevä
tasan yksi nollakohta	tasan yksi nollakohta	tasan yksi nollakohta

Esimerkki

Montako ratkaisua on yhtälöllä $-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2$?

$$-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x = -2 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2}_{f(x)} = 0$$

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva polynomifunktiona.

$f'(x) = -x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$

	-3	1
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	↘	↗	↘

$]-\infty, -3]$	$[-3, 1]$	$[1, \infty[$
$f(-3) = -7 < 0$	$f(-3) = -7 < 0$	$f(1) = 3\frac{2}{3} > 0$
$f(-6) = 20 > 0$	$f(1) = 3\frac{2}{3} > 0$	$f(3) = -7 < 0$
f aid. vähenevä	f aid. kasvava	f aid. vähenevä
tasan yksi nollakohta	tasan yksi nollakohta	tasan yksi nollakohta

Täten nollakohtia on kolme, joten yhtälöllä on kolme ratkaisua.

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$ $f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0,5$

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0, 5$
$f(0, 5) = 0, 125 > 0$	$]0; 0, 5[$	$0, 25$

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0, 5$
$f(0, 5) = 0, 125 > 0$	$]0; 0, 5[$	$0, 25$
$f(0, 25) = -0, 48 \ldots < 0$	$]0, 25; 0, 5[$	$0, 375$

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0, 5$
$f(0, 5) = 0, 125 > 0$	$]0; 0, 5[$	$0, 25$
$f(0, 25) = -0, 48 \ldots < 0$	$]0, 25; 0, 5[$	$0, 375$
$f(0, 375) = -0, 19 \ldots < 0$	$]0, 375; 0, 5[$	$0, 4375$

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0,1[$	$0,5$
$f(0,5) = 0,125 > 0$	$]0;0,5[$	$0,25$
$f(0,25) = -0,48\ldots < 0$	$]0,25;0,5[$	$0,375$
$f(0,375) = -0,19\ldots < 0$	$]0,375;0,5[$	$0,4375$
$f(0,4375) = -0,04\ldots < 0$	$]0,4375;0,5[$	$0,46875$

Haarukointimenetelmä

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0, 5$
$f(0, 5) = 0, 125 > 0$	$]0; 0, 5[$	$0, 25$
$f(0, 25) = -0, 48 \ldots < 0$	$]0, 25; 0, 5[$	$0, 375$
$f(0, 375) = -0, 19 \ldots < 0$	$]0, 375; 0, 5[$	$0, 4375$
$f(0, 4375) = -0, 04 \ldots < 0$	$]0, 4375; 0, 5[$	$0, 46875$
$f(0, 46875) = 0.04 > 0$	$]0, 4375; 0, 46875[$	$0, 453125$

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0, 5$
$f(0, 5) = 0, 125 > 0$	$]0; 0, 5[$	$0, 25$
$f(0, 25) = -0, 48 \ldots < 0$	$]0, 25; 0, 5[$	$0, 375$
$f(0, 375) = -0, 19 \ldots < 0$	$]0, 375; 0, 5[$	$0, 4375$
$f(0, 4375) = -0, 04 \ldots < 0$	$]0, 4375; 0, 5[$	$0, 46875$
$f(0, 46875) = 0.04 > 0$	$]0, 4375; 0, 46875[$	$0, 453125$
$f(0, 453125) < 0$	$]0, 453125; 0, 46875[$	

Haarukointimenetelmä

Esimerkki. Yhtälöllä $x^3 + 2x - 1 = 0$ on yksi ratkaisu. Määritä se yhden desimaalin tarkkuudella.

f on jatkuva polynomifunktiona.

	väli	keskipiste
$f(0) = -1 < 0$		
$f(1) = 2 > 0$	$]0, 1[$	$0, 5$
$f(0, 5) = 0, 125 > 0$	$]0; 0, 5[$	$0, 25$
$f(0, 25) = -0, 48 \ldots < 0$	$]0, 25; 0, 5[$	$0, 375$
$f(0, 375) = -0, 19 \ldots < 0$	$]0, 375; 0, 5[$	$0, 4375$
$f(0, 4375) = -0, 04 \ldots < 0$	$]0, 4375; 0, 5[$	$0, 46875$
$f(0, 46875) = 0.04 > 0$	$]0, 4375; 0, 46875[$	$0, 453125$
$f(0, 453125) < 0$	$]0, 453125; 0, 46875[$	

Koska kaikki välin $]0, 453125; 0, 46875[$ luvut pyöristyvät $0, 5$:ksi, niin vastaus yhden desim. tarkkuudella on 0,5.

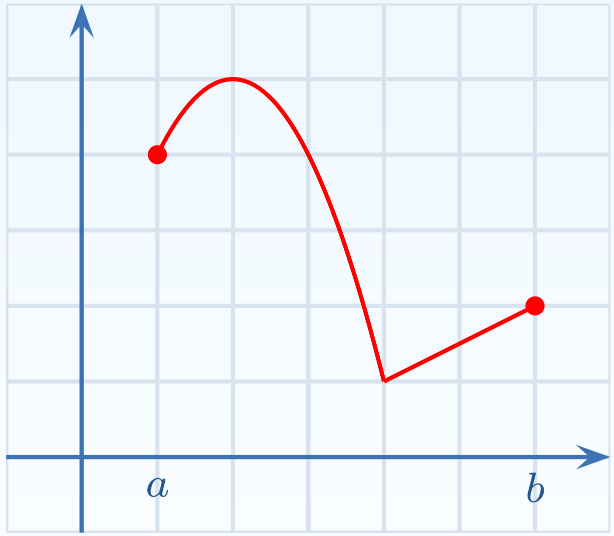
Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä

Lause 2. *Olkoon* f suljetulla välillä $[a, b]$ jatkuva *funktio. Funktio* f *saa aina suurimman ja pienimmän arvonsa*

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä

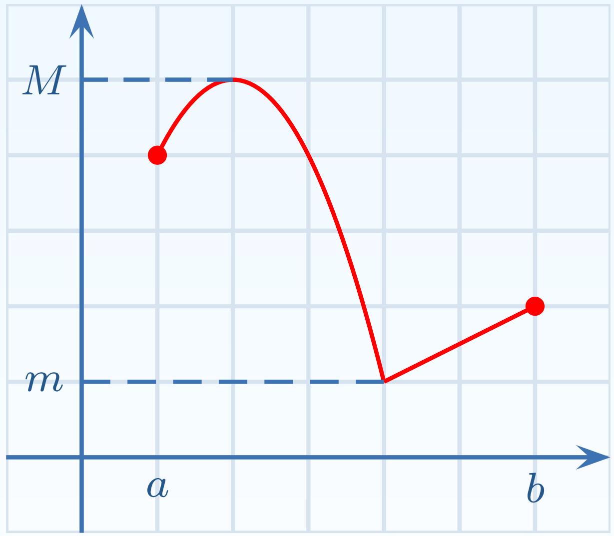
Lause 2. *Olkoon* f suljetulla välillä $[a, b]$ jatkuva *funktio. Funktio* f *saa aina suurimman ja pienimmän arvonsa*



Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä

Lause 2. *Olkoon f suljetulla välillä $[a, b]$ jatkuva funktio. Funktio f saa aina suurimman ja pienimmän arvonsa*

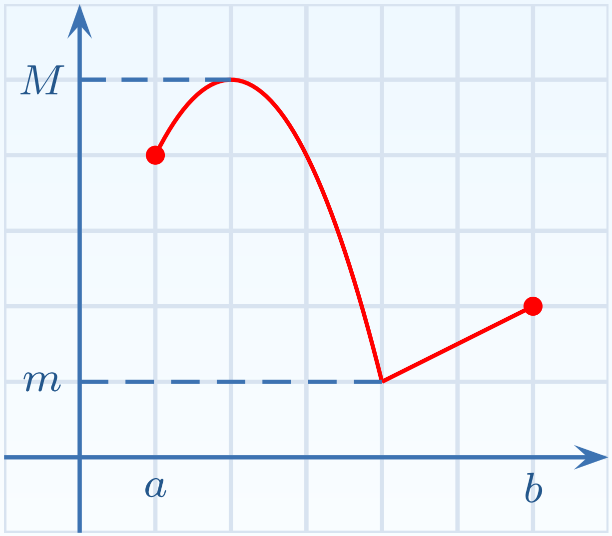
- *derivaatan nollakohdissa,*
- *välin päätepisteissä tai*
- *terävissä kärjissä (joissa funktio ei ole derivoituva).*



Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä

Lause 2. *Olkoon f* suljetulla välillä $[a, b]$ jatkuva *funktio. Funktio f saa aina suurimman ja pienimmän arvonsa*

- *derivaatan nollakohdissa,*
- *välin päätepisteissä tai*
- *terävissä kärjissä (joissa funktio ei ole derivoituva).*

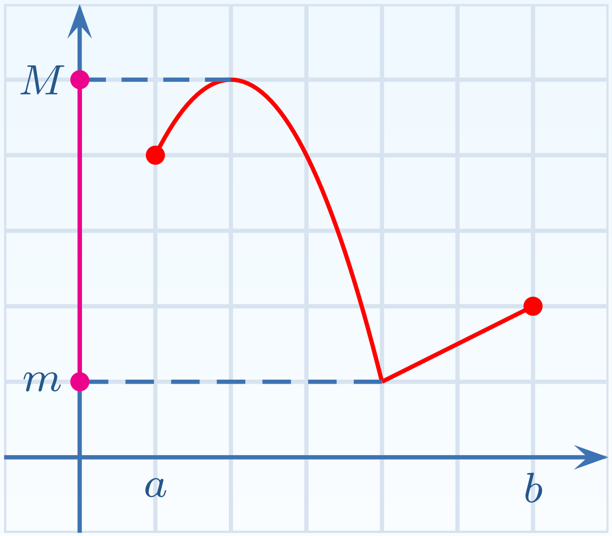


Funktion arvojoukko on A_f

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä

Lause 2. *Olkoon f suljetulla välillä $[a, b]$ jatkuva funktio. Funktio f saa aina suurimman ja pienimmän arvonsa*

- *derivaatan nollakohdissa,*
- *välin päätepisteissä tai*
- *terävissä kärjissä (joissa funktio ei ole derivoituva).*



Funktion arvojoukko on $A_f = [m, M]$

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3] \vee x = 2 \in [1, 3]$

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3] \vee x = 2 \in [1, 3]$

Derivaatan nollakohdat: $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3] \vee x = 2 \in [1, 3]$

Derivaatan nollakohdat: $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Välin päätepisteet: $f(1) = 3$

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3] \vee x = 2 \in [1, 3]$

Derivaatan nollakohdat: $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Välin päätepisteet: $f(1) = 3$ ja $f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 1 = 1$

Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3] \lor x = 2 \in [1, 3]$

Derivaatan nollakohdat: $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Välin päätepisteet: $f(1) = 3$ ja $f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 1 = 1$

Täten suurin arvo on $M = 5$ ja pienin arvo $m = 1$.

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

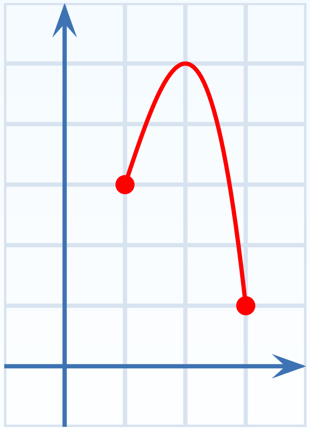
Esimerkki 1

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3]$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3]$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3] \vee x = 2 \in [1, 3]$

Derivaatan nollakohdat: $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Välin päätepisteet: $f(1) = 3$ ja $f(3) = -3^3 + 3 \cdot 3^2 + 1 = 1$

Täten suurin arvo on $M = 5$ ja pienin arvo $m = 1$.



- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

● Jatkuvan funktion nollakohdat
● Haarukointi
● Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
● Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow$

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Esimerkki 2

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava.

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$g'(x) = -2x + 1 = 0$

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2, \ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$g'(x) = -2x + 1 = 0$
$x = \frac{1}{2} \in [-1, 2]$

Esimerkki 2

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$g'(x) = -2x + 1 = 0$
$x = \frac{1}{2} \in [-1, 2]$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$$g'(x) = -2x + 1 = 0$$
$$x = \frac{1}{2} \in [-1, 2]$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$$
$$g(-1) = 0$$

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$g'(x) = -2x + 1 = 0$
$x = \frac{1}{2} \in [-1, 2]$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$
$g(-1) = 0$ ja $g(2) = 0$

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$g'(x) = -2x + 1 = 0$
$x = \frac{1}{2} \in [-1, 2]$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$
$g(-1) = 0$ ja $g(2) = 0$

Täten $g(x)$:n suurin arvo on $\frac{9}{4}$ ja pienin arvo 0,

Esimerkki 2

Määritä funktion $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$ suurin ja pienin arvo.

$f(x)$ on määritelty, kun $-x^2 + x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$

Neliöjuuri on suurin(pienin), kun juurrettava on suurin(pienin), koska neliöjuurifunktio on aidosti kasvava. Tarkastellaan funktiota $g(x) = -x^2 + x + 2,\ -1 \leq x \leq 2$ joka on jatkuva ja derivoituva.

$g'(x) = -2x + 1 = 0$
$x = \frac{1}{2} \in [-1, 2]$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$
$g(-1) = 0$ ja $g(2) = 0$

Täten $g(x)$:n suurin arvo on $\frac{9}{4}$ ja pienin arvo 0,

joten $f(x)$ suurin arvo on $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ ja pienin arvo $\sqrt{0} = 0$.

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$

- Jatkuvan funktion nollakohdat
- Haarukointi
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä
- Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

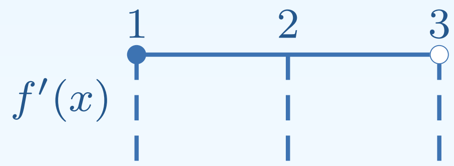
Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$

$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$

$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$



Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

	1		2		3
$f'(x)$		+		−	

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

	1		2		3
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$

$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$

$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

	1		2		3
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$	min	↗	max	↘	

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

	1		2		3
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$	

Suurin arvo $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

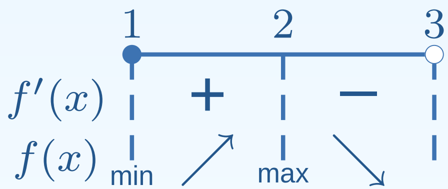
	1		2		3
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$	

Suurin arvo $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Minimi $f(1) = 3$

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$



Suurin arvo $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Minimi $f(1) = 3$
Koska $\lim_{x \to 3-} f(x) = 1 < 3$, niin pienintä arvoa ei ole.

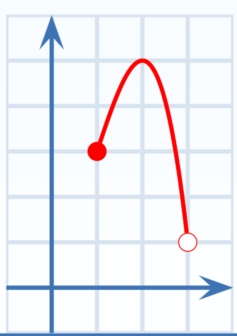
Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $[1, 3[$.

$f(x)$ on jatkuva ja derivoituva välillä $[1, 3[$
$f'(x) = -3x^2 + 6x = 0$
$x = 0 \notin [1, 3[\vee x = 2 \in [1, 3[$

	1		2		3
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$	min	↗	max	↘	

Suurin arvo $f(2) = -2^3 + 3 \cdot 2^2 + 1 = 5$
Minimi $f(1) = 3$
Koska $\lim\limits_{x \to 3-} f(x) = 1 < 3$, niin pienintä arvoa ei ole.



Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $]-\infty, 3[$.

Jatkuvan funktion suurin ja pienin arvo ei-suljetulla välillä

Määritä funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ suurin ja pienin arvo välillä $]-\infty, 3[$.