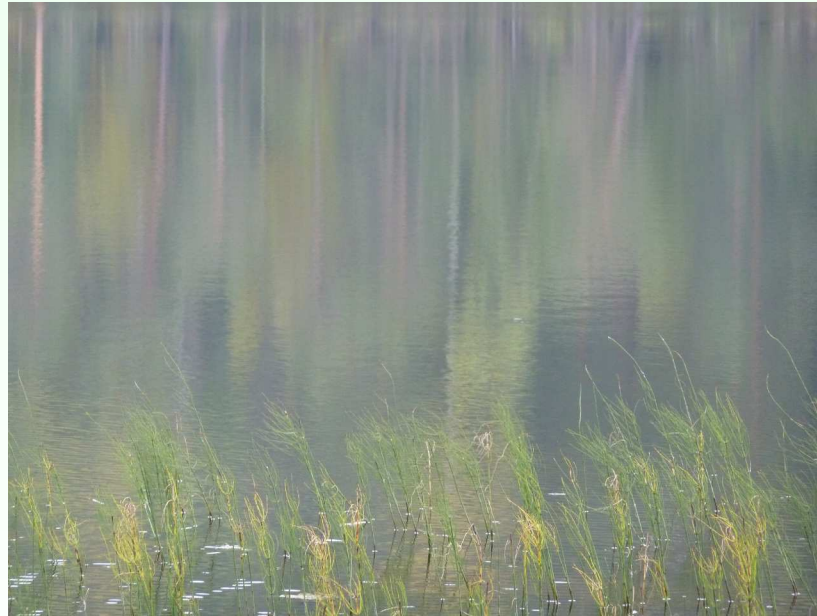


# Rationaalilauseke

Hannu Lehto  
Lahden Lyseon lukio



# Raationaalilauseke

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$\frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0,$$

# Raationaalilauseke

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$\frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0,$$

missä  $p(x)$  ja  $q(x)$  ovat polynomeja.

# Raationaalilauseke

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$\frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0,$$

missä  $p(x)$  ja  $q(x)$  ovat polynomeja.

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0 \Leftrightarrow$$

# Raationaalilauseke

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$\frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0,$$

missä  $p(x)$  ja  $q(x)$  ovat polynomeja.

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0 \Leftrightarrow p(x) = 0 \wedge q(x) \neq 0$$

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjako keinoja:

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjako keinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo



# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjako keinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjako keinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,
4. nollakohtien avulla

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,
4. nollakohtien avulla  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ ,

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,
4. nollakohtien avulla  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ , missä  $x_1$  ja  $x_2$  ovat polynomin  $ax^2 + bx + c$  nollakohdat.

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,
4. nollakohtien avulla  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ , missä  $x_1$  ja  $x_2$  ovat polynomin  $ax^2 + bx + c$  nollakohdat.

**Esimerkkejä.**

$$\frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4}$$

# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,
4. nollakohtien avulla  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ , missä  $x_1$  ja  $x_2$  ovat polynomin  $ax^2 + bx + c$  nollakohdat.

**Esimerkkejä.**

$$\frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4}$$

$$\frac{3x - 1}{1 - 3x}$$



# Supistaminen

- Raationaalilauseke
- **Supistaminen**
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Supistaminen edellyttää osoittajan ja nimittäjän jakamista tekijöihin (tulomuoto). Tekijöihinjakokeinoja:

1. yhteisen tekijän erottaminen,
2. summan ja erotuksen tulo  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,
3. binomin neliö  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ,
4. nollakohtien avulla  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ , missä  $x_1$  ja  $x_2$  ovat polynomin  $ax^2 + bx + c$  nollakohdat.

**Esimerkkejä.**

$$\frac{2x^2 - 4x}{x^2 - 4}$$

$$\frac{3x - 1}{1 - 3x}$$

$$\frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 3x + 1}$$

# Summa ja erotus

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- **Summa ja erotus**
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Rationaalilausekkeet on lavennettava samannimisiksi.

## Summa ja erotus

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- **Summa ja erotus**
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Rationaalilausekkeet on lavennettava samannimiseksi.

**Esimerkki.** Mikä on lausekkeen  $\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^2 - x}$  määrittelyehto?  
Sievennä lauseke.

# Tulo

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Osoittajat ja nimittäjät kerrotaan keskenään. Ennen kertolaskujen suorittamista supistetaan, mikäli mahdollista.

# Tulo

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

Osoittajat ja nimittäjät kerrotaan keskenään. Ennen kertolaskujen suorittamista supistetaan, mikäli mahdollista.

**Esimerkki.** 
$$\frac{9x^2 - 4}{x} \cdot \frac{2x}{3x - 2}$$

# Osamäärä

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- **Osamäärä**
- Rationaalifunktio

Jaettava kerrotaan jakajan käänteislausekkeella.

# Osamäärä

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- **Osamäärä**
- Rationaalifunktio

Jaettava kerrotaan jakajan käänteislausekkeella.

**Esimerkkejä.**

$$\frac{12x^3}{5} : \frac{4x^2}{15}$$

# Osamäärä

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- **Osamäärä**
- Rationaalifunktio

Jaettava kerrotaan jakajan käänteislausekkeella.

**Esimerkkejä.**

$$\frac{12x^3}{5} : \frac{4x^2}{15}$$

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x} : \frac{x - 2}{x}$$



# Rationaalifunktio

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0$$

# Rationaalifunktio

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0$$

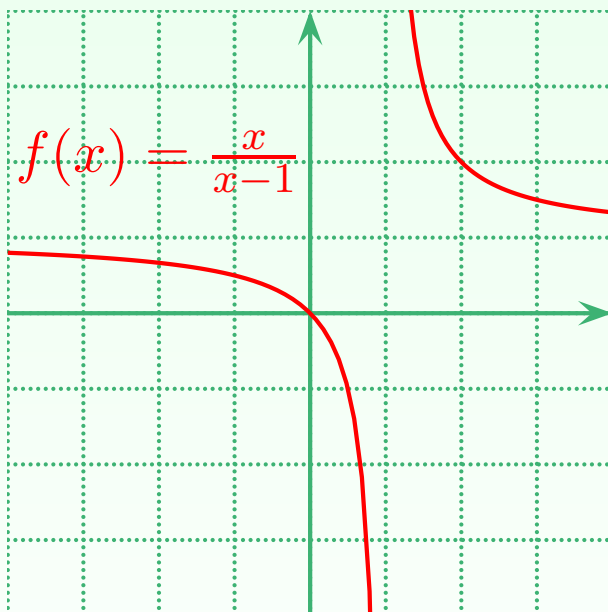
Piirrä funktioiden  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  ja  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  kuvaajat.

# Rationaalifunktio

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0$$

Piirrä funktioiden  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  ja  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  kuvaajat.



# Rationaalifunktio

- Raationaalilauseke
- Supistaminen
- Summa ja erotus
- Tulo
- Osamäärä
- Rationaalifunktio

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, \quad q(x) \neq 0$$

Piirrä funktioiden  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  ja  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  kuvaajat.

