

Rationaaliyhtälöt ja -epäyhtälöt

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

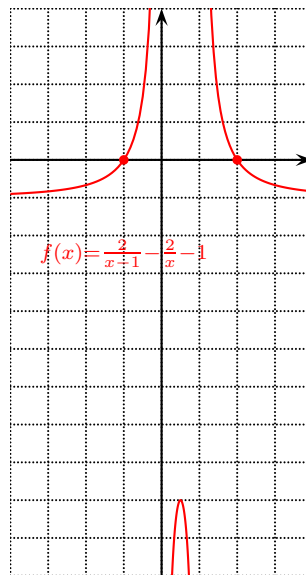
Rationaaliyhtälöt	2
Rationaaliepäyhtälöt	3

Raationaaliyhtälöt

Ratkaisuperiaate:

1. Päätele määrittelyehto.
2. Poista nimittäjät kertomalla yhtälö puolittain.
3. Ratkaise saatu polynomimuotoinen yhtälö.
4. Kirjoita vastaus, huomioi määrittelyehto.

Esimerkki. Ratkaise yhtälö $\frac{2}{x-1} - \frac{2}{x} = 1$.



2 / 5

Raationaaliepäyhtälöt

Ratkaisuperiaate:

1. Muuta epäyhtälö muotoon $\frac{p(x)}{q(x)} < 0$ (merkin $<$ sijasta voi olla $>$, \leq tai \geq).
2. Ratkaise osoittajan $p(x)$ nollakohdat.
3. Ratkaise nimittäjän $q(x)$ nollakohdat eli kohdat, joissa epäyhtälö ei ole määritelty.
4. Sijoita lukusuoralle osoittajan ja nimittäjän nollakohdat.
5. Päätele lausekkeen $\frac{p(x)}{q(x)}$ merkki kaikilla syntyneillä väleillä.
6. Kirjoita vastaus.

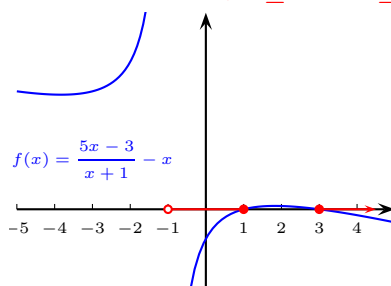
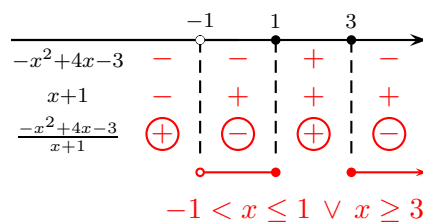
3 / 5

Raationaaliepäyhtälöt

Esimerkki. Ratkaise epäyhtälö $\frac{5x-3}{x+1} \leq x$.

$$\begin{aligned} \frac{5x-3}{x+1} - x &\leq 0 \\ \frac{5x-3-x^2-x}{x+1} &\leq 0 \\ \frac{-x^2+4x-3}{x+1} &\leq 0 \end{aligned}$$

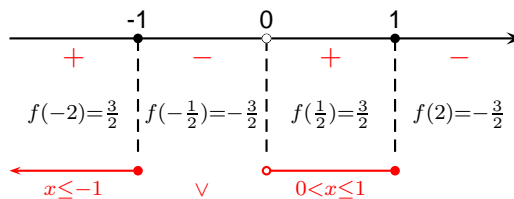
$$\begin{aligned} -x^2+4x-3=0 &\Leftrightarrow x=3 \vee x=1 \\ x+1=0 &\Leftrightarrow x=-1 \end{aligned}$$



4 / 5

Raationaaliepäyhtälöt

$$\begin{aligned} \frac{1-x}{x} &\geq 0 \\ \frac{1-x^2}{x} &\geq 0 \\ f(x) &\end{aligned}$$



Osoittajan nollakohdat: $1-x^2=0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Nimittäjän nollakohta: $x = 0$

5 / 5