

Eksponenttifunktio

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Eksponenttifunktio

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

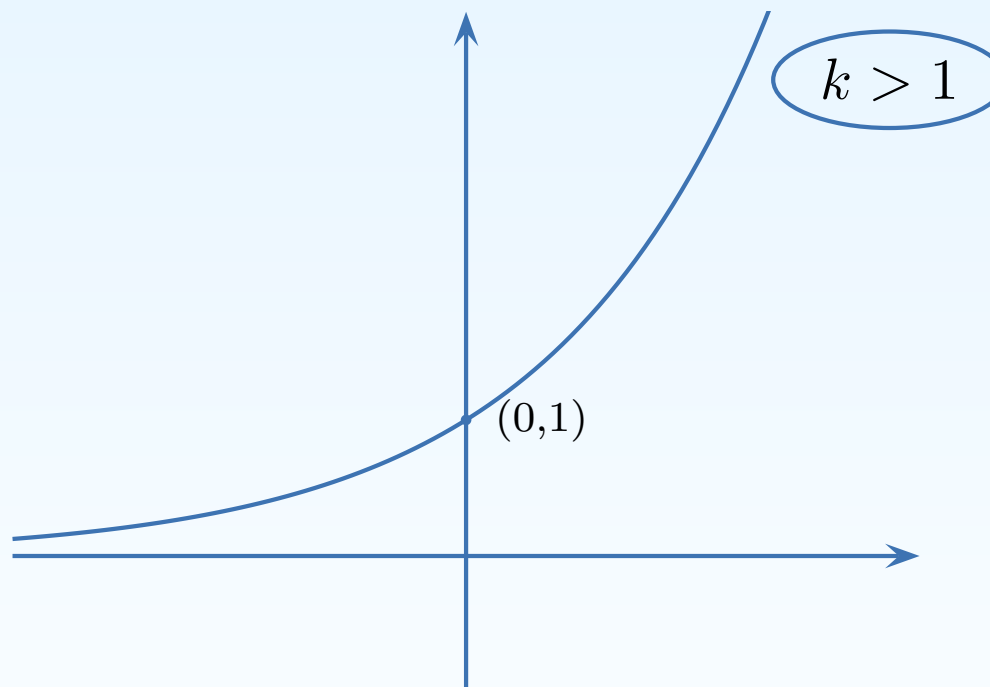
$$y = k^x, \quad k > 0, k \neq 1, x \in \mathbb{R}^1$$

¹Potenssilla, jonka eksponentti on irrationaaliluku tarkoitetaan sitä raja-arvoa, jota potenssi lähenee, kun eksponentti korvataan yhä tarkemmilla rationaalisilla likiarvoilla. Esim. 2^π on lukujonon $2^3, 2^{3,1}, 2^{3,14}, \dots$ raja-arvo.

Eksponenttifunktio

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

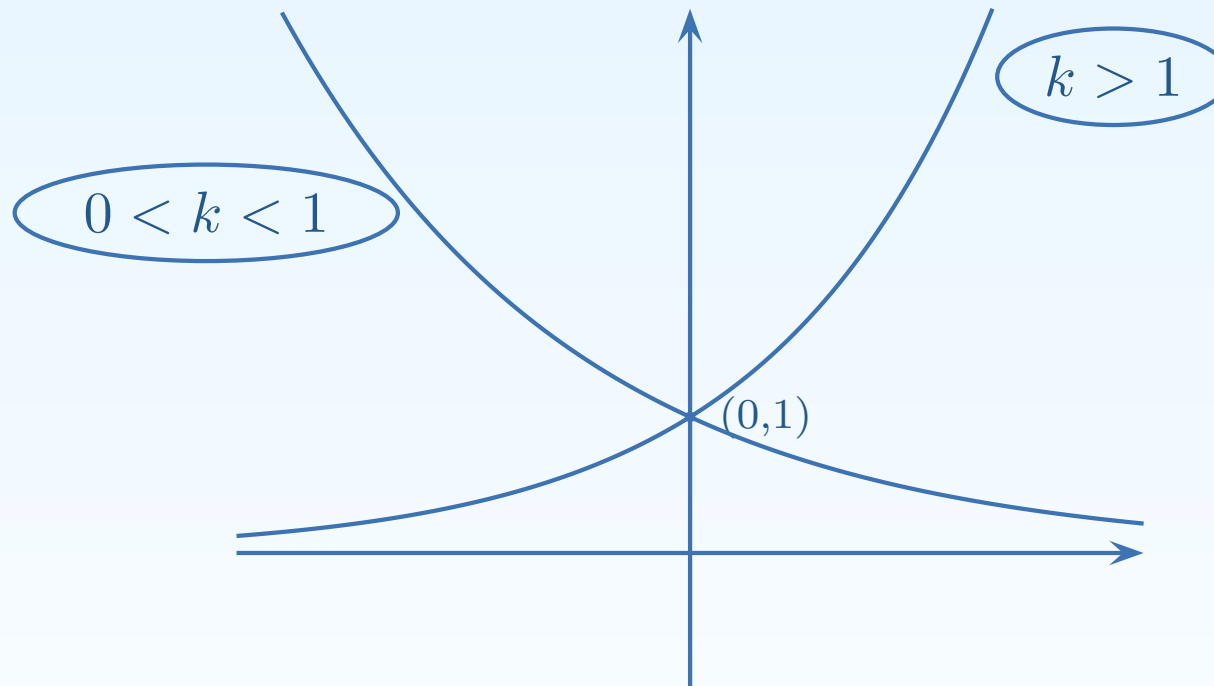
$$y = k^x, \quad k > 0, k \neq 1, x \in \mathbb{R}^1$$



Eksponenttifunktio

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

$$y = k^x, \quad k > 0, k \neq 1, x \in \mathbb{R}^1$$

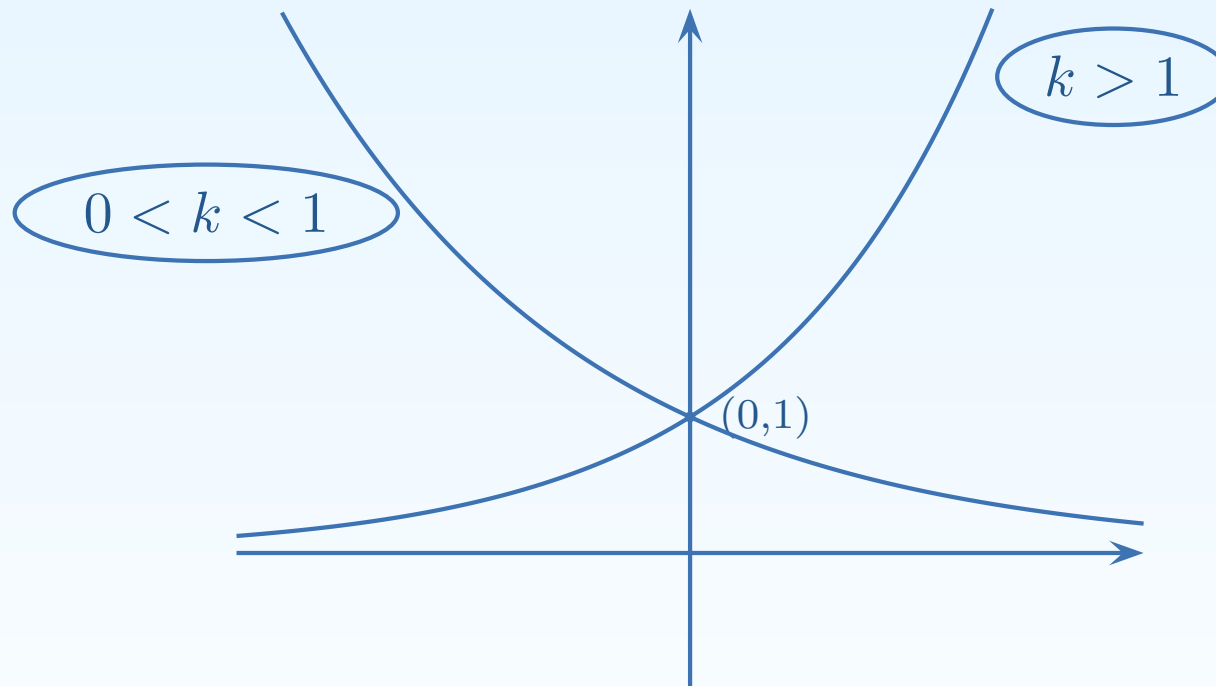


¹ Potenssilla, jonka eksponentti on irrationaaliluku tarkoitetaan sitä raja-arvoa, jota potenssi lähenee, kun eksponentti korvataan yhä tarkemmilla rationaalisilla likiarvoilla. Esim. 2^π on lukujonon $2^3, 2^{3,1}, 2^{3,14}, \dots$ raja-arvo.

Eksponenttifunktio

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

$$y = k^x, \quad k > 0, k \neq 1, x \in \mathbb{R}^1$$



Ominaisuudet: MT8, s. 49

¹Potenssilla, jonka eksponentti on irrationaaliluku tarkoitetaan sitä raja-arvoa, jota potenssi lähenee, kun eksponentti korvataan yhä tarkemmilla rationaalisilla likiarvoilla. Esim. 2^π on lukujonon $2^3, 2^{3,1}, 2^{3,14}, \dots$ raja-arvo.

Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 1. $k^a = k^b \Leftrightarrow a = b$

Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 1. $k^a = k^b \Leftrightarrow a = b$

Lause 2.

Jos $k > 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a < b$ (järjestys säilyy)

Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 1. $k^a = k^b \Leftrightarrow a = b$

Lause 2.

Jos $k > 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a < b$ (järjestys säilyy)
Jos $0 < k < 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a > b$ (järjestys kääntyy)

Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 1. $k^a = k^b \Leftrightarrow a = b$

Lause 2.

Jos $k > 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a < b$ (järjestys säilyy)

Jos $0 < k < 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a > b$ (järjestys kääntyy)

Esimerkki 1. $3 \cdot 9^x = \sqrt[3]{9}$

Esimerkki 2. $2^x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

Neperin luku e

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Neperin luku e on irrationaaliluku, $e = 2,71828\dots^2$

e voidaan määritellä esimerkiksi ”päättymättömänä summana”

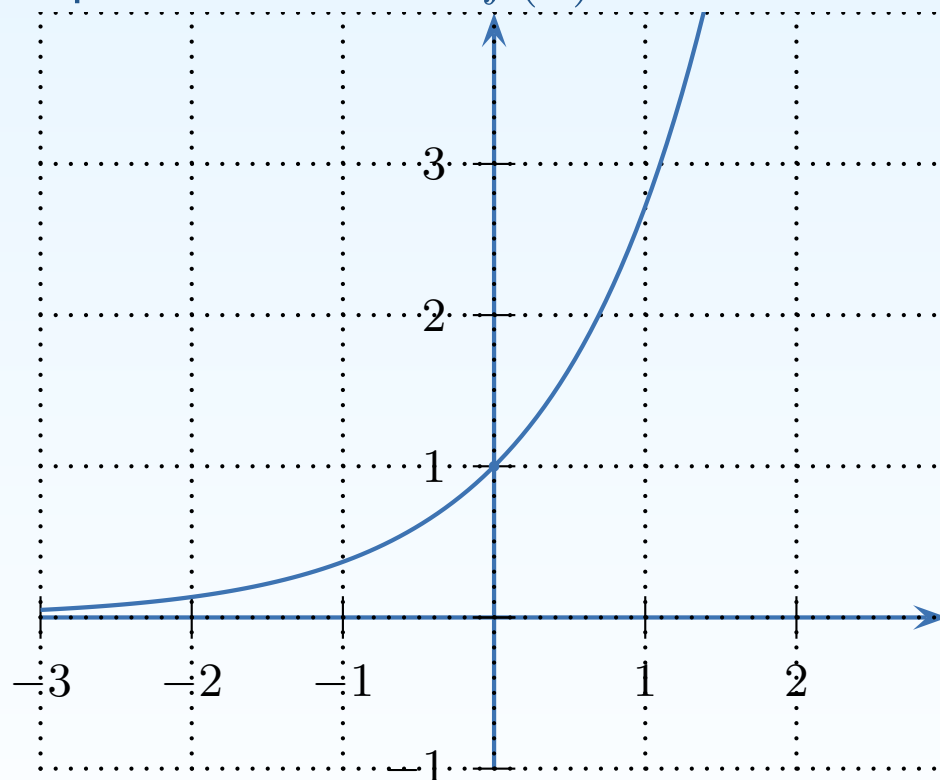
$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

Neperin luku e

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Neperin luku e on irrationaaliluku, $e = 2,71828\dots^2$

Tärkein eksponenttifunktio on $f(x) = e^x$.



² e voidaan määritellä esimerkiksi ”päättymättömänä summana”
$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $D e^x = e^x$ ³

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $D e^x = e^x$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $D e^x = e^x$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) =$

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $De^x = e^x$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) = e^x$ ja sisäfunktio on $f(x) =$

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $\boxed{De^x = e^x}$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) = e^x$ ja sisäfunktio on $f(x) = 2x - 1$, jolloin $g(f(x)) =$

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $\boxed{De^x = e^x}$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) = e^x$ ja sisäfunktio on $f(x) = 2x - 1$, jolloin $g(f(x)) = e^{2x-1}$.

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $\boxed{De^x = e^x}$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) = e^x$ ja sisäfunktio on $f(x) = 2x - 1$, jolloin $g(f(x)) = e^{2x-1}$.

$$De^{2x-1} = g'(f(x))f'(x) = 2e^{2x-1}$$

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Eksponenttifunktion derivaatta

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Lause 3. $\boxed{De^x = e^x}$ ³

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) = e^x$ ja sisäfunktio on $f(x) = 2x - 1$, jolloin $g(f(x)) = e^{2x-1}$.

$$De^{2x-1} = g'(f(x))f'(x) = 2e^{2x-1}$$

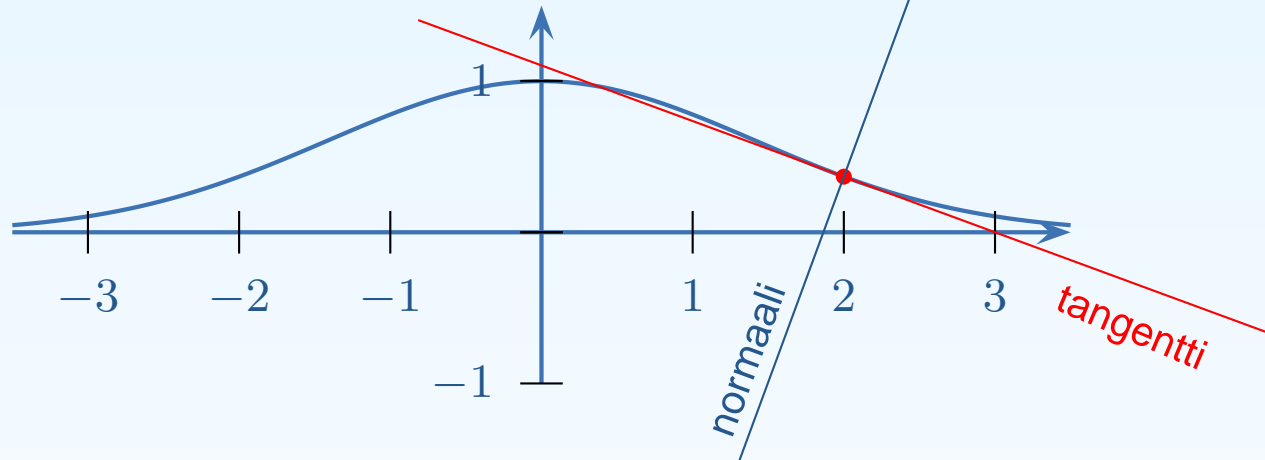
Yleisesti. $\boxed{De^{f(x)} = f'(x)e^{f(x)}}$

³Tämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Esimerkkejä

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- **Esimerkkejä**

Funktion $y = e^{\frac{-x^2}{4}}$ kuvaajalle kohtaan $x = 2$ piirretään normaali.
Missä kohtaa normaali leikkaa x-akselin?



Esimerkkejä

- Eksponenttifunktio
- Eksponenttiyhtälö ja -epäyhtälö
- Neperin luku e
- Eksponenttifunktion derivaatta
- Esimerkkejä

Määritä funktion $f(x) = xe^x$ pienin arvo.

