

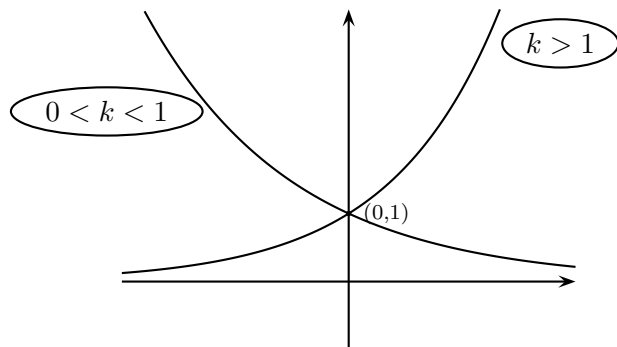
Eksponttifunktio

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio

Eksponttifunktio	2
Eksponttiyhtälö ja –epäyhtälö	3
Neperin luku e	4
Eksponttifunktion derivaatta	5
Esimerkkejä	6

Eksponenttifunktio

$$y = k^x, \quad k > 0, k \neq 1, x \in \mathbb{R}^a$$



Ominaisuudet: MT8, s. 49

2 / 7

^aPotenssilla, jonka eksponentti on irrationaaliluku tarkoitetaan sitä raja-arvoa, jota potenssi lähenee, kun eksponentti korvataan yhä tarkemmilla rationaalisilla likiarvoilla. Esim. 2^π on lukujonon $2^3, 2^{3,1}, 2^{3,14}, \dots$ raja-arvo.

Eksponenttiyhtälö ja –epäyhtälö

Lause 1. $k^a = k^b \Leftrightarrow a = b$

Lause 2.

Jos $k > 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a < b$ (järjestys säilyy)
Jos $0 < k < 1$, niin $k^a < k^b \Leftrightarrow a > b$ (järjestys kääntyy)

Esimerkki 1. $3 \cdot 9^x = \sqrt[3]{9}$

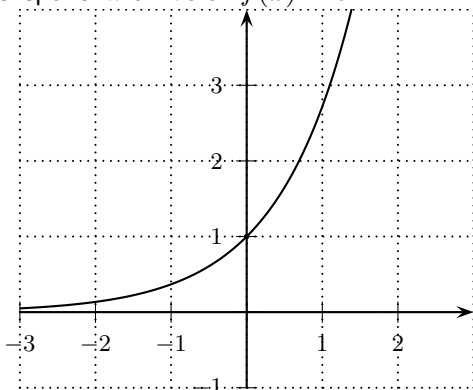
Esimerkki 2. $2^x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

3 / 7

Neperin luku e

Neperin luku e on irrationaaliluku, $e = 2,71828 \dots^a$

Tärkein eksponenttifunktio on $f(x) = e^x$.



4 / 7

^a e voidaan määritellä esimerkiksi "päättymättömänä summana"
 $e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$

Eksponttifunktion derivaatta

Lause 3. $De^x = e^x$ ^a

Esimerkki. Määritä funktion $y = e^{2x-1}$ derivaatta.

Yhdistetty funktio, ulkofunktio on $g(x) = e^x$ ja sisäfunktio on $f(x) = 2x - 1$, jolloin $g(f(x)) = e^{2x-1}$.
 $De^{2x-1} = g'(f(x))f'(x) = 2e^{2x-1}$

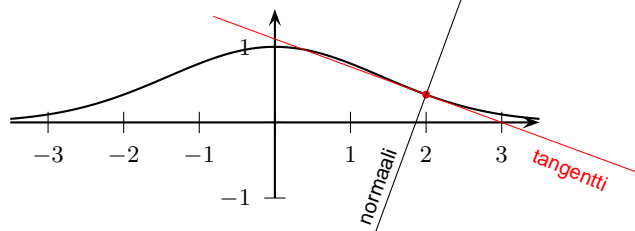
Yleisesti. $De^{f(x)} = f'(x)e^{f(x)}$

5 / 7

^aTämän seurauksena johdetaan myöhemmin (MT8, s. 88) yleisen eksponenttifunktion $y = k^x$ derivaatta.

Esimerkkejä

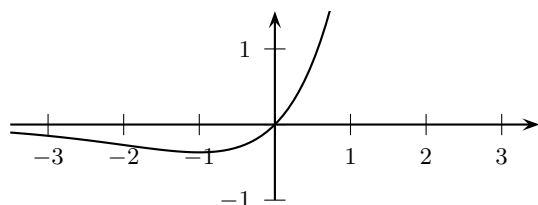
Funktion $y = e^{-\frac{x^2}{4}}$ kuvaajalle kohtaan $x = 2$ piirretään normaali. Missä kohtaa normaali leikkaa x-akselin?



6 / 7

Esimerkkejä

Määritä funktion $f(x) = xe^x$ pienin arvo.



7 / 7