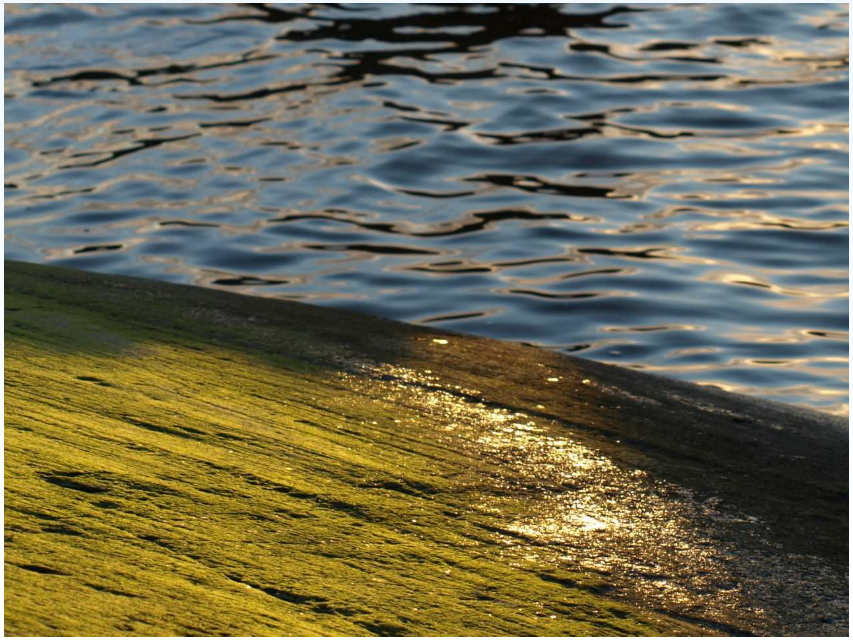
Murtopotenssifunktion ja juurifunktion derivaatta

Hannu Lehto

Lahden Lyseon lukio



LAHDEN LYSEO

Potenssifunktion derivaatta

$$Dx^n = nx^{n-1}, \qquad n \in \mathbb{N}^1$$

Potenssifunktion derivaatta

- Potenssifunktion derivaatta
- Murtopotenssifunktion derivaatta
- Juurifunktion derivaatta

$$Dx^n = nx^{n-1}, \qquad n \in \mathbb{N}^1$$

$$Dx^{-n} =$$

Potenssifunktion derivaatta

$$Dx^n = nx^{n-1}, \qquad n \in \mathbb{N}^1$$

$$Dx^{-n} = D\left(\frac{1}{x^n}\right) =$$

Potenssifunktion derivaatta

- Potenssifunktion derivaatta
- Murtopotenssifunktion derivaatta
- Juurifunktion derivaatta

$$Dx^n = nx^{n-1}, \qquad n \in \mathbb{N}$$[1]

$$Dx^{-n} = D\left(\frac{1}{x^n}\right) = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} =$$

Potenssifunktion derivaatta

$$Dx^n = nx^{n-1}, \qquad n \in \mathbb{N}^1$$

$$Dx^{-n} = D\left(\frac{1}{x^n}\right) = \frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}} = -nx^{-n-1}, \qquad n \in \mathbb{Z}_+, x \neq 0$$

Esimerkki. Määritä funktion $f(x) = \dfrac{5}{x^2}$ derivaatta.

[1] Jos $n = 1$ tai $n = 0$, niin on oltava $x \neq 0$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$f(x)^n \quad = \quad x^m$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$f(x)^n \quad = \quad x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$\begin{aligned} f(x)^n &= x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2 \\ nf(x)^{n-1}f'(x) &= mx^{m-1} \end{aligned}$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$\begin{aligned} f(x)^n &= x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2 \\ nf(x)^{n-1}f'(x) &= mx^{m-1} \\ f'(x) &= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1}}{f(x)^{n-1}} = \end{aligned}$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$\begin{aligned} f(x)^n &= x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2 \\ nf(x)^{n-1}f'(x) &= mx^{m-1} \\ f'(x) &= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1}}{f(x)^{n-1}} = \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot f(x)}{f(x)^n} \end{aligned}$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$\begin{aligned}
f(x)^n &= x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2 \\
nf(x)^{n-1}f'(x) &= mx^{m-1} \\
f'(x) &= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1}}{f(x)^{n-1}} = \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot f(x)}{f(x)^n} \\
&= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot x^{\frac{m}{n}}}{x^m} =
\end{aligned}$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$\begin{aligned} f(x)^n &= x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2 \\ nf(x)^{n-1} f'(x) &= mx^{m-1} \\ f'(x) &= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1}}{f(x)^{n-1}} = \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot f(x)}{f(x)^n} \\ &= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot x^{\frac{m}{n}}}{x^m} = \frac{m}{n} \cdot x^{-1} \cdot x^{\frac{m}{n}} \end{aligned}$$

Murtopotenssifunktion derivaatta

Tarkastellaan murtopotenssifunktiota

$$f(x) = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$$

Korotetaan puolittain potenssiin n.

$$\begin{aligned}
f(x)^n &= x^m \quad \text{derivoidaan puolittain}^2 \\
nf(x)^{n-1} f'(x) &= mx^{m-1} \\
f'(x) &= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1}}{f(x)^{n-1}} = \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot f(x)}{f(x)^n} \\
&= \frac{m}{n} \cdot \frac{x^{m-1} \cdot x^{\frac{m}{n}}}{x^m} = \frac{m}{n} \cdot x^{-1} \cdot x^{\frac{m}{n}} \\
&= \frac{m}{n} \cdot x^{\frac{m}{n}-1}
\end{aligned}$$

Täten on $Dx^{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, n \neq 0, x > 0$

[2] Oletetaan ilman perusteluja, että f on derivoituva.

Murtopotenssifunktion derivaatta

Esimerkki. Derivoi funktio $f(x) = (x^2 + 1)^{-\frac{2}{3}}$

Juurifunktion derivaatta

Juurifunktio derivoidaan muuttamalla se ensin potenssifunktioksi:

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, x \geq 0$$

Juurifunktion derivaatta

Juurifunktio derivoidaan muuttamalla se ensin potenssifunktioksi:

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}, \qquad n, m \in \mathbb{Z}, x \geq 0$$

Esimerkki. Derivoi funktiot $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ ja $g(x) = \sqrt{2x-1}$.

Mitkä ovat funktioiden ja derivaattojen määrittelyehdot? Ratkaise myös yhtälö $g'(x) = 0$.