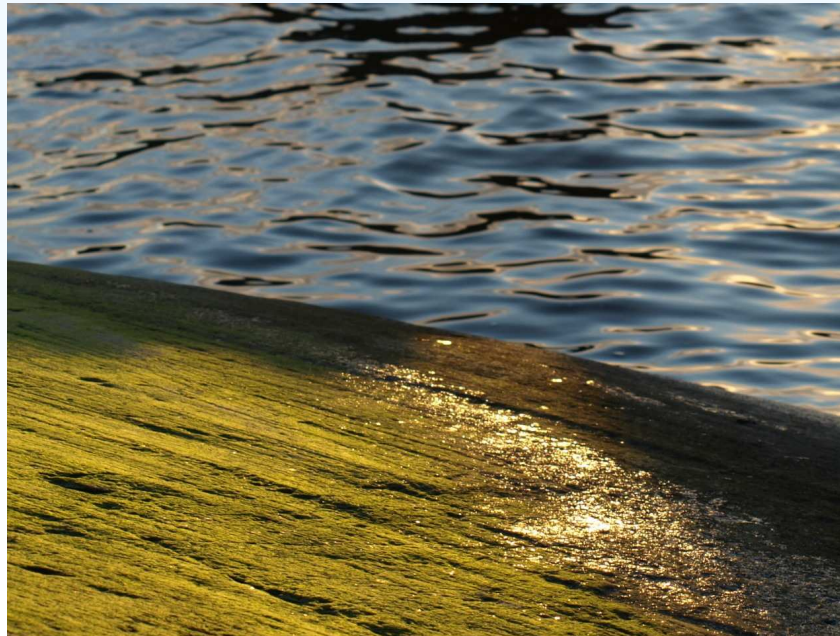


Neliöjuuriyhtälöt ja –epäyhtälöt

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Neliöjuuriyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt

- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 1. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2.$$

Mikäli a ja b ovat erimerkkiset, niin ekvivalenssi ei päde!

Ratkaistaan yhtälö $\sqrt{x + 3} = 2x$.

Tapa 1.

- Määrittelyehto
- Neliöönkorotusehto
- Neliöönkorotus ja yhtälön ratkaisu
- Valitaan ehdot 1 ja 2 täyttävät ratkaisut

Tapa 2.

- Neliöönkorotus ja yhtälön ratkaisu
- Tutkitaan sijoittamalla, mitkä ratkaisuehdokkaat toteuttavat yhtälön.

Neliöjuuriyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt

- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 1. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2.$$

Mikäli a ja b ovat erimerkkiset, niin ekvivalenssi ei päde!

Ratkaistaan yhtälö $\sqrt{x + 3} = 2x$.

Tapa 1.

- Määrittelyehto
- Neliöönkorotusehto
- Neliöönkorotus ja yhtälön ratkaisu
- Valitaan ehdot 1 ja 2 täyttävät ratkaisut

Tapa 2.

- Neliöönkorotus ja yhtälön ratkaisu
- Tutkitaan sijoittamalla, mitkä ratkaisuehdokkaat toteuttavat yhtälön.

Neliöjuuriepäytälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäytälöt

Lause 2. *Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on*

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad |()^2$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad |()^2 \quad \text{Molemmat puolet} \geq 0$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} \sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad | (\)^2 \quad \text{Molemmat puolet} \geq 0 \\ 5x - 2 < x + 4 \end{aligned}$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} \sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad | ()^2 \quad & \text{Molemmat puolet} \geq 0 \\ 5x - 2 < x + 4 \\ x < \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad | ()^2 \quad \text{Molemmat puolet} \geq 0$$

$$5x - 2 < x + 4$$

$$x < \frac{3}{2}$$



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad | ()^2 \quad \text{Molemmat puolet} \geq 0$$

$$5x - 2 < x + 4$$

$$x < \frac{3}{2}$$



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

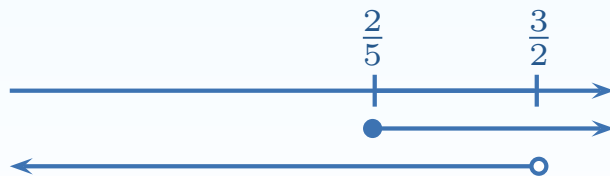
Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} \quad |(\)^2 \quad \text{Molemmat puolet} \geq 0$$

$$5x - 2 < x + 4$$

$$x < \frac{3}{2}$$



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

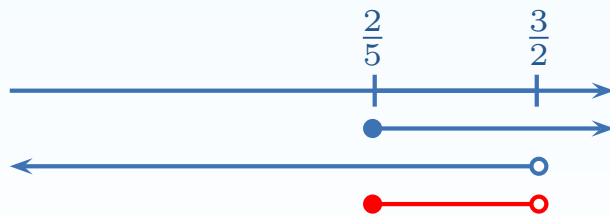
Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} \sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} & \quad | ()^2 & \text{Molemmat puolet} \geq 0 \\ 5x - 2 < x + 4 & \\ x < \frac{3}{2} & \end{aligned}$$



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

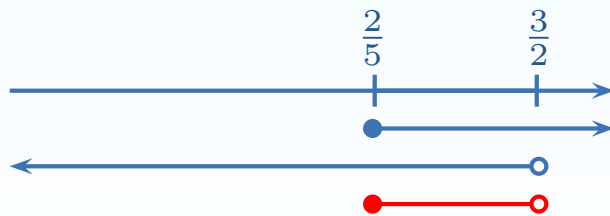
Lause 2. Olkoon $a, b \geq 0$. Silloin on

$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2.$$

Esimerkki 1. Ratkaise $\sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4}$.

Määrittelyehto: $x \geq -4 \wedge x \geq \frac{2}{5} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} \sqrt{5x - 2} < \sqrt{x + 4} & \quad | ()^2 \quad \text{Molemmat puolet} \geq 0 \\ 5x - 2 < x + 4 \\ x < \frac{3}{2} \end{aligned}$$



Vastaus: $\frac{2}{5} \leq x < \frac{3}{2}$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja osaratkaisuksi saadaan

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0)$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x} > 2x - 1 \quad |()^2$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &> 2x - 1 \quad | ()^2 \\ x &> (2x - 1)^2 \end{aligned}$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x} > 2x - 1 \quad |()^2$$

$$x > (2x - 1)^2$$

$$x > 4x^2 - 4x + 1$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x} > 2x - 1 \quad |()^2$$

$$x > (2x - 1)^2$$

$$x > 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x + 1 < 0$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x} > 2x - 1 \quad |()^2$$

$$x > (2x - 1)^2$$

$$x > 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x + 1 < 0$$

$$\frac{1}{4} < x < 1$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{2}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &> 2x - 1 \quad | (\)^2 \\ x &> (2x - 1)^2 \\ x &> 4x^2 - 4x + 1 \\ 4x^2 - 5x + 1 &< 0 \\ \frac{1}{4} &< x < 1\end{aligned}$$

Osaratkaisuksi saadaan

$$\left(\frac{1}{4} < x < 1\right) \wedge (x \geq 0) \wedge \left(x \geq \frac{1}{2}\right)$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

osaratkaisuksi saadaan $(x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow \boxed{0 \leq x < \frac{1}{2}}$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x} > 2x - 1 \quad | (\)^2$$

$$x > (2x - 1)^2$$

$$x > 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x + 1 < 0$$

$$\frac{1}{4} < x < 1$$

Osaratkaisuksi saadaan

$$\left(\frac{1}{4} < x < 1\right) \wedge (x \geq 0) \wedge (x \geq \frac{1}{2}) \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{2} \leq x < 1}.$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2. Ratkaise $\sqrt{x} + 1 > 2x$.

Määrittelyehto: $x \geq 0$

$$\sqrt{x} > 2x - 1$$

1. Jos $2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, niin epäyhtälö on tosi ja

$$\text{osaratkaisuksi saadaan } (x < \frac{1}{2}) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow \boxed{0 \leq x < \frac{1}{2}}$$

2. Jos $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x} > 2x - 1 \quad | (\)^2$$

$$x > (2x - 1)^2$$

$$x > 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 - 5x + 1 < 0$$

$$\frac{1}{4} < x < 1$$

Osaratkaisuksi saadaan

$$\left(\frac{1}{4} < x < 1\right) \wedge (x \geq 0) \wedge \left(x \geq \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{2} \leq x < 1}.$$

Yhdistämällä osaratkaisut 1 ja 2: $0 \leq x < 1$.

Neliöjuuriepäyhtälöt

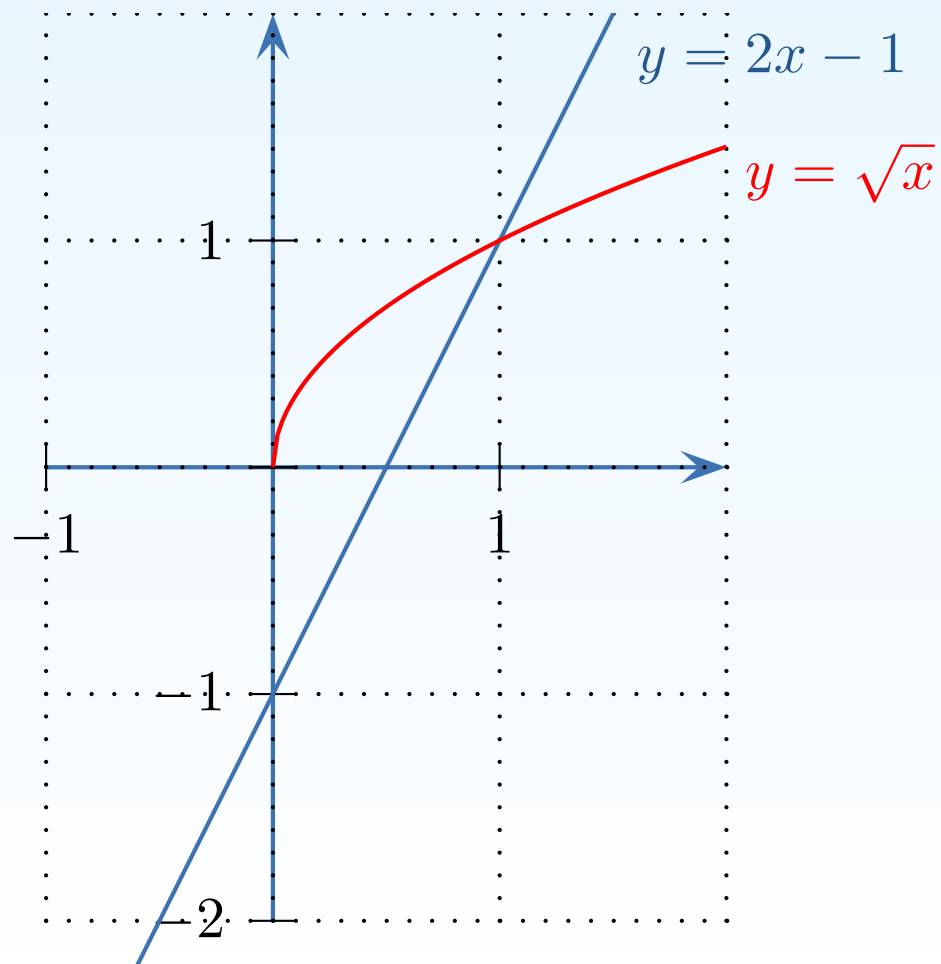
- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2 jatkuu. Epäyhtälön $\sqrt{x} > 2x - 1$ ratkaisun tarkistaminen graafisesti.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

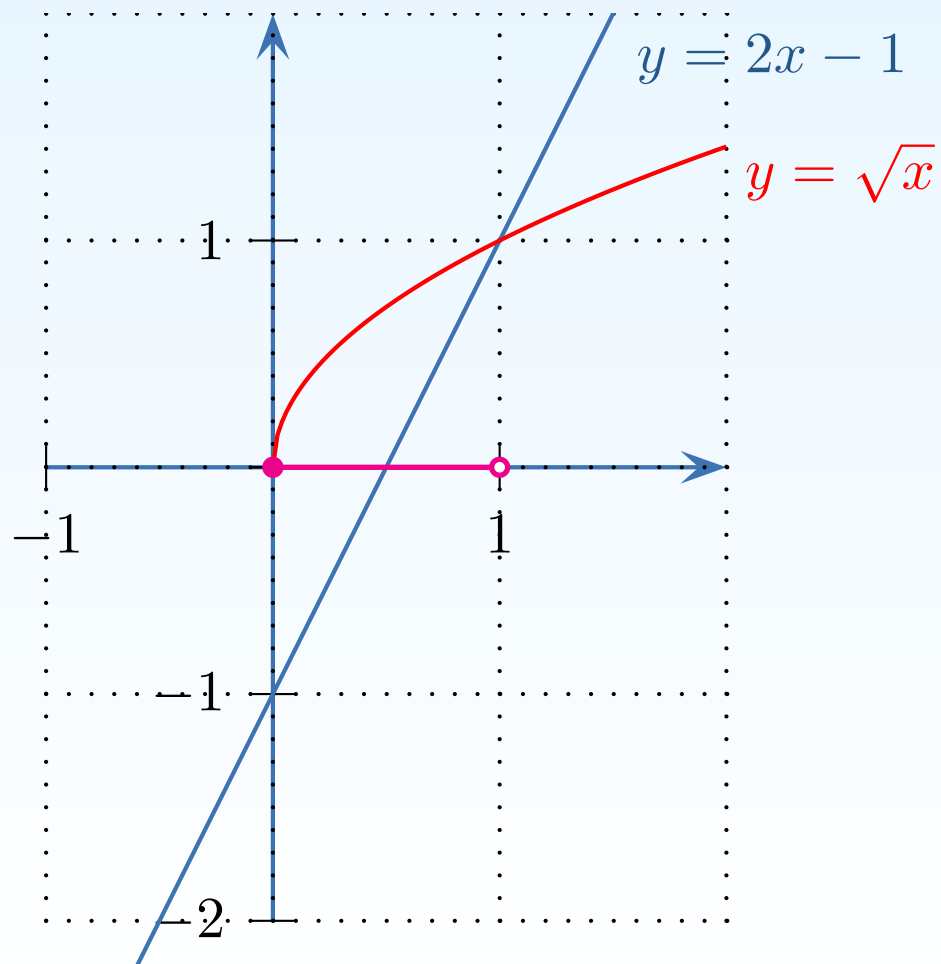
Esimerkki 2 jatkuu. Epäyhtälön $\sqrt{x} > 2x - 1$ ratkaisun tarkistaminen graafisesti.



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 2 jatkuu. Epäyhtälön $\sqrt{x} > 2x - 1$ ratkaisun tarkistaminen graafisesti.



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\sqrt{x + 2} < x \quad | ()^2$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned} \sqrt{x + 2} < x & \quad | ()^2 \\ x + 2 < x^2 \end{aligned}$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned}\sqrt{x + 2} < x & \quad | ()^2 \\ x + 2 < x^2 \\ -x^2 + x + 2 < 0\end{aligned}$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned}\sqrt{x + 2} < x & \quad | ()^2 \\ x + 2 < x^2 \\ -x^2 + x + 2 < 0 \\ x < -1 \vee x > 2\end{aligned}$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x + 2} < x$.

Määrittelyehto: $x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned}\sqrt{x + 2} < x & \quad | ()^2 \\ x + 2 & < x^2 \\ -x^2 + x + 2 & < 0 \\ x < -1 \vee x > 2 & \end{aligned}$$

Osaratkaisuksi saadaan

$$(x < -1 \vee x > 2) \wedge (x \geq -2) \wedge (x \geq 0)$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x+2} < x$.

Määrittelyehto: $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} < x & \quad | ()^2 \\ x+2 & < x^2 \\ -x^2 + x + 2 & < 0 \\ x < -1 \vee x > 2 & \end{aligned}$$

Osaratkaisuksi saadaan

$$(x < -1 \vee x > 2) \wedge (x \geq -2) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow x > 2.$$

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3. Ratkaise $\sqrt{x+2} < x$.

Määrittelyehto: $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

1. Jos $x < 0$, niin epäyhtälö on epätosi ja osaratkaisuja ei tule.
2. Jos $x \geq 0$, niin voidaan korottaa neliöön.

$$\begin{aligned}\sqrt{x+2} < x & \quad | ()^2 \\ x+2 & < x^2 \\ -x^2 + x + 2 & < 0 \\ x < -1 \vee x > 2 & \end{aligned}$$

Osaratkaisuksi saadaan

$$(x < -1 \vee x > 2) \wedge (x \geq -2) \wedge (x \geq 0) \Leftrightarrow x > 2.$$

Yhdistämällä osaratkaisut 1 ja 2: $x > 2$.

Neliöjuuriepäyhtälöt

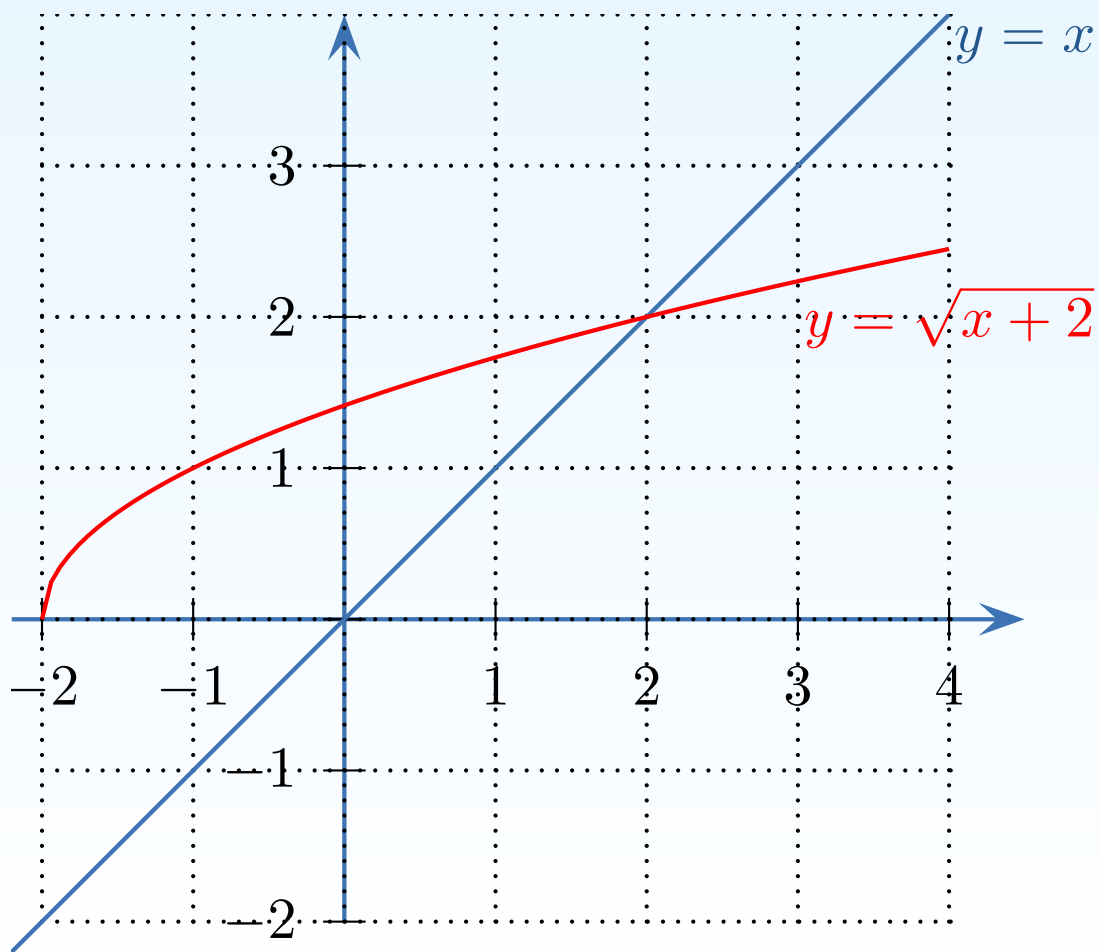
- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3 jatkuu. Epäyhtälön $\sqrt{x+2} < x$ ratkaisun tarkistaminen graafisesti.

Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3 jatkuu. Epäyhtälön $\sqrt{x+2} < x$ ratkaisun tarkistaminen graafisesti.



Neliöjuuriepäyhtälöt

- Neliöjuuriyhtälöt
- Neliöjuuriepäyhtälöt

Esimerkki 3 jatkuu. Epäyhtälön $\sqrt{x+2} < x$ ratkaisun tarkistaminen graafisesti.

