

Logaritmifunktio

Hannu Lehto
Lahden Lyseon lukio



Esimerkki

- **Esimerkki**

- Logaritmfunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponentiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

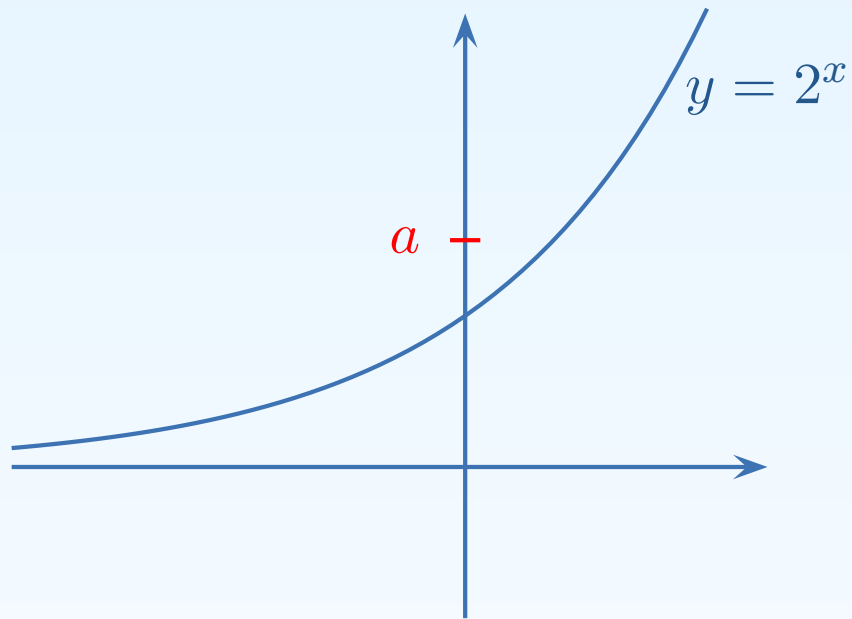
Onko yhtälöllä $2^x = a$, $a > 0$ ratkaisuja?

Esimerkki

- **Esimerkki**

- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Onko yhtälöllä $2^x = a$, $a > 0$ ratkaisuja?

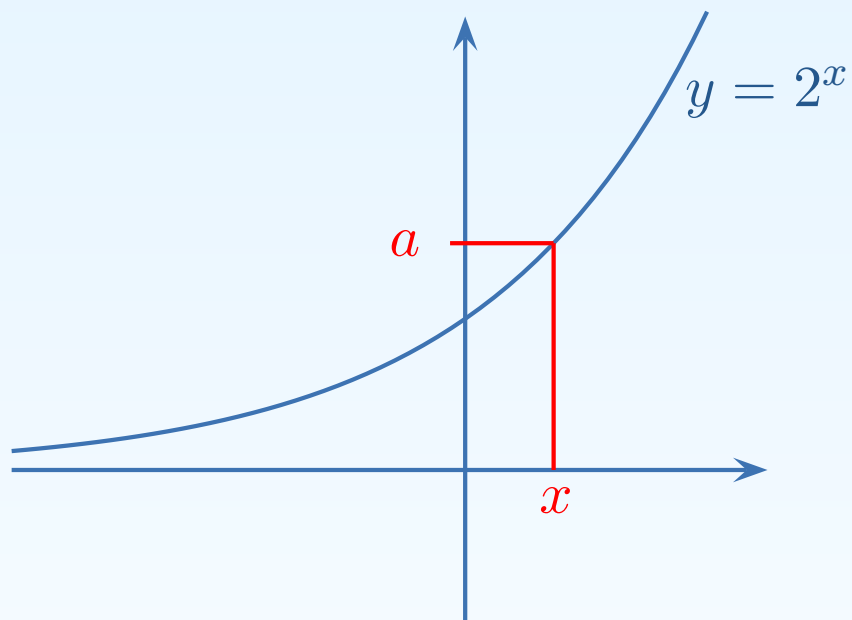


Esimerkki

- **Esimerkki**

- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Onko yhtälöllä $2^x = a$, $a > 0$ ratkaisuja?

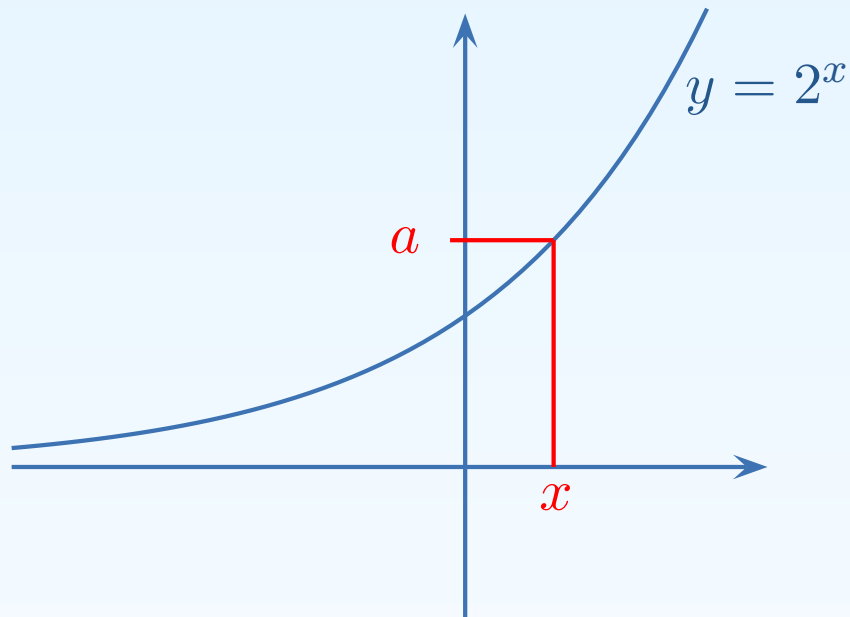


Esimerkki

- **Esimerkki**

- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Onko yhtälöllä $2^x = a$, $a > 0$ ratkaisuja?



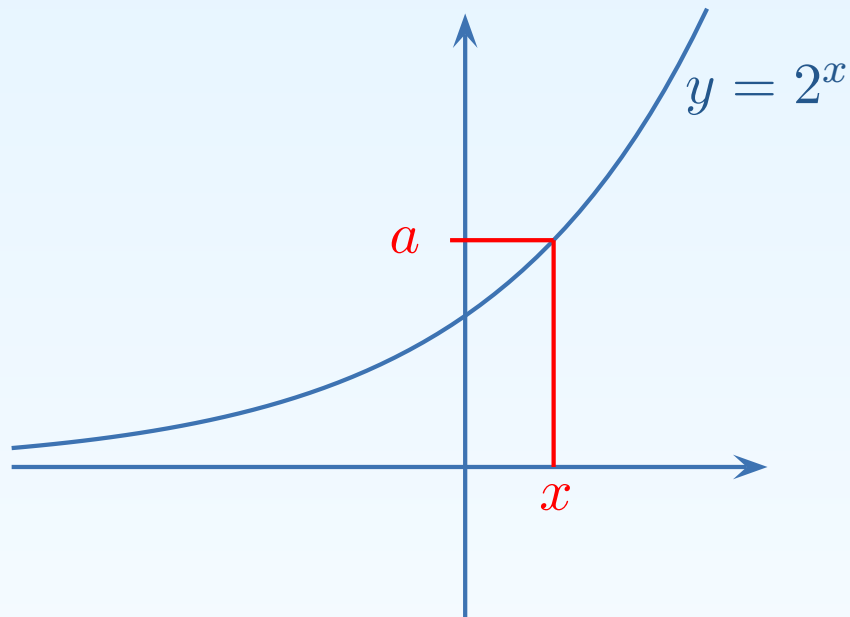
Yksi ratkaisu $x = \log_2 a$ ("k-kantainen logaritmi a:sta").

Esimerkki

- **Esimerkki**

- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Onko yhtälöllä $2^x = a$, $a > 0$ ratkaisuja?



Yksi ratkaisu $x = \log_2 a$ ("k-kantainen logaritmi a:sta").

Ratkaise yhtälö $10^x = 7$.

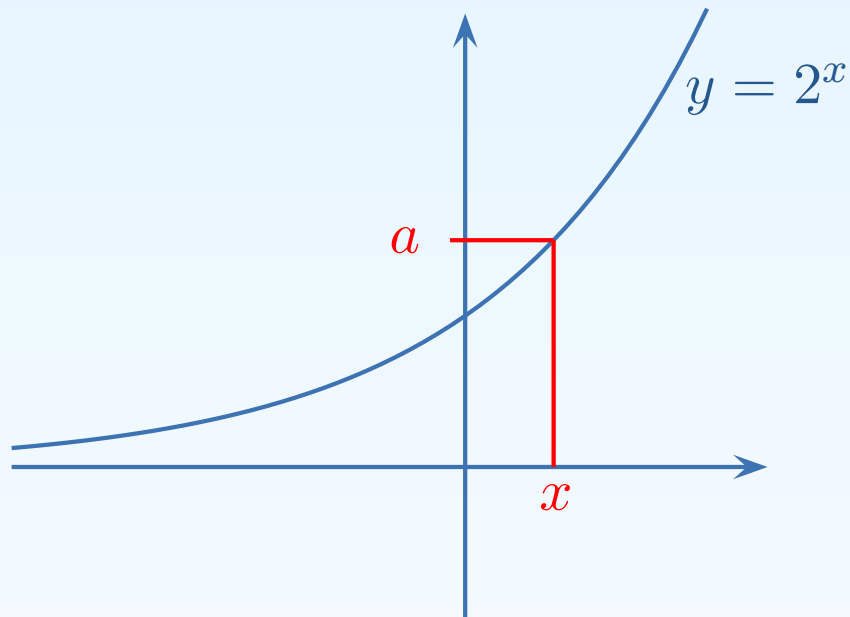
$x =$

Esimerkki

- **Esimerkki**

- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Onko yhtälöllä $2^x = a$, $a > 0$ ratkaisuja?



Yksi ratkaisu $x = \log_2 a$ ("k-kantainen logaritmi a:sta").

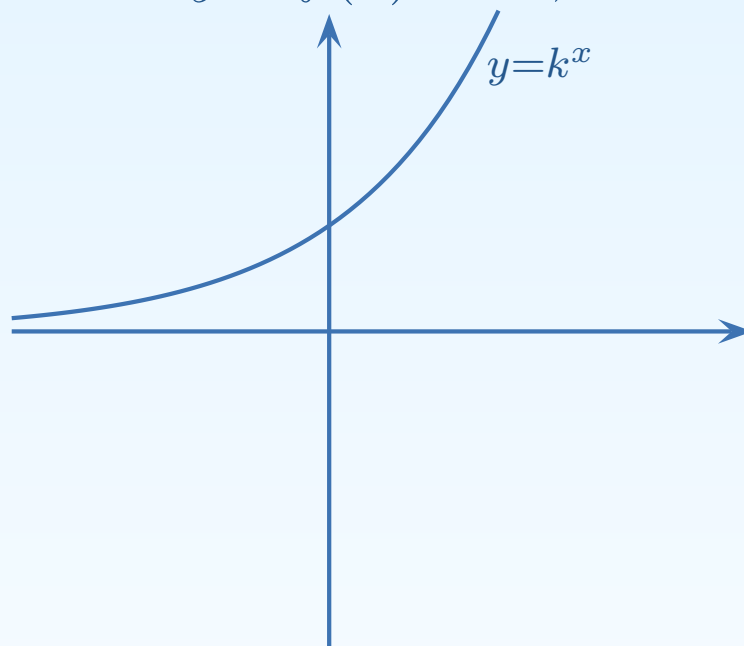
Ratkaise yhtälö $10^x = 7$.

$$x = \log_{10} 7 \approx 0.8451$$

Logaritmifunktio

- Esimerkki
- **Logaritmifunktio**
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Funktio $y = f(x) = k^x$, $k > 0, k \neq 1$, $M_f = \mathbb{R}$, $A_f = \mathbb{R}_+$

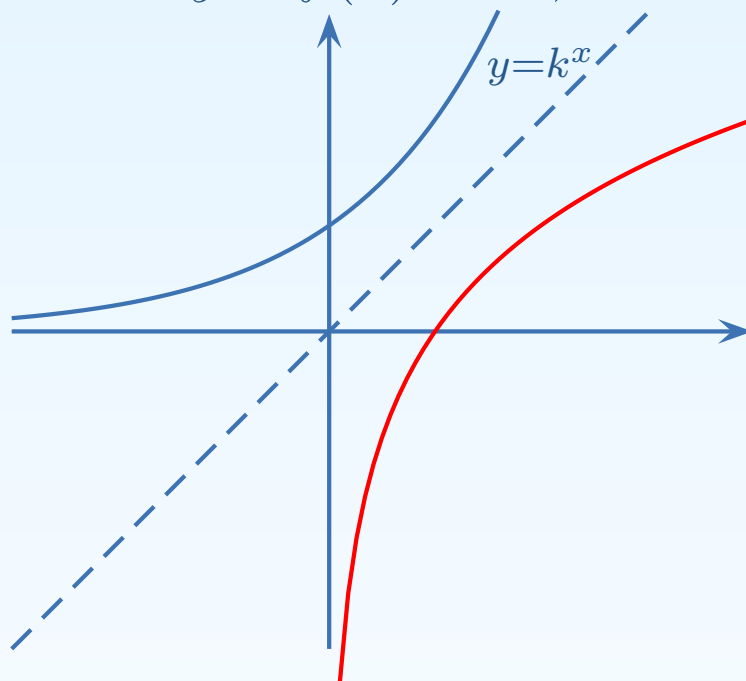


on aidosti monotoninen, joten

Logaritmifunktio

- Esimerkki
- **Logaritmifunktio**
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Funktio $y = f(x) = k^x$, $k > 0, k \neq 1$, $M_f = \mathbb{R}$, $A_f = \mathbb{R}_+$

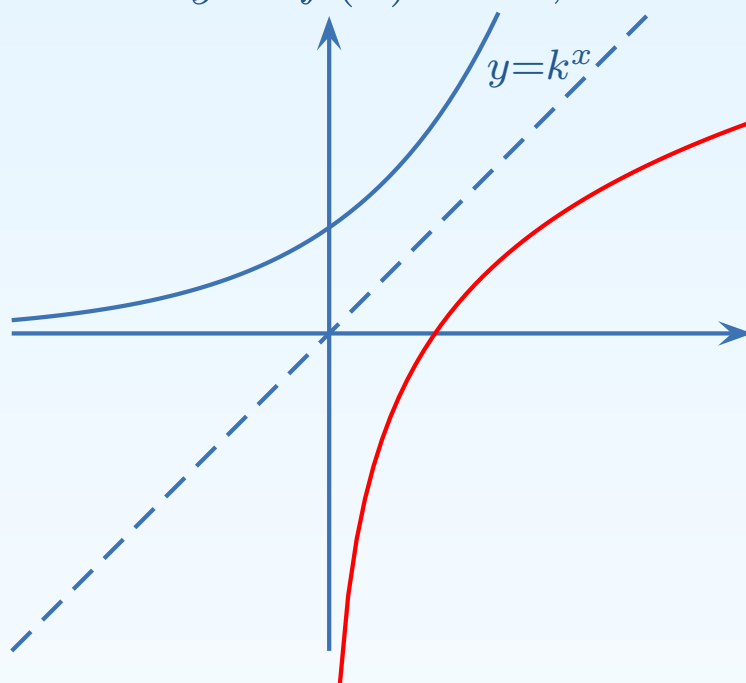


on aidosti monotoninen, joten sillä on käänteisfunktio f^{-1} .

Logaritmifunktio

- Esimerkki
- **Logaritmifunktio**
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Funktio $y = f(x) = k^x$, $k > 0, k \neq 1$, $M_f = \mathbb{R}$, $A_f = \mathbb{R}_+$

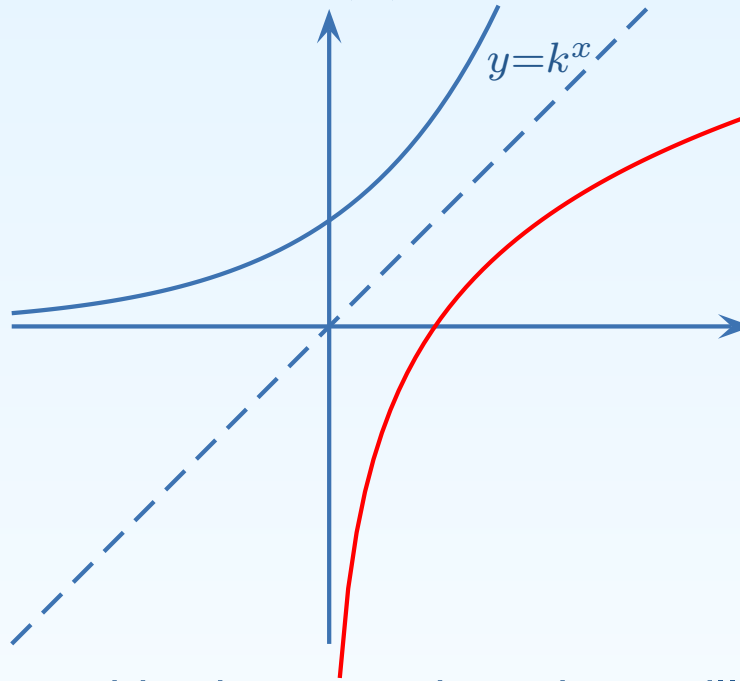


on aidosti monotoninen, joten sillä on käänteisfunktio f^{-1} .
 $x = f^{-1}(y) = \log_k y$, $M_{f^{-1}} = \mathbb{R}_+$, $A_{f^{-1}} = \mathbb{R}$.

Logaritmifunktio

- Esimerkki
- **Logaritmifunktio**
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Funktio $y = f(x) = k^x$, $k > 0, k \neq 1$, $M_f = \mathbb{R}$, $A_f = \mathbb{R}_+$



on aidosti monotoninen, joten sillä on käänteisfunktio f^{-1} .

$$x = f^{-1}(y) = \log_k y, \quad M_{f^{-1}} = \mathbb{R}_+, \quad A_{f^{-1}} = \mathbb{R}.$$

Toisin sanoen käänteisfunktio on $y = \log_k x$, $x > 0$.

Logaritmin määritelmä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- **Logaritmin määritelmä**
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Määritelmä 1. Olkoon $k > 0$, $k \neq 1$.

$$y = k^x \Leftrightarrow x = \log_k y, \quad y > 0.$$

Logaritmin määritelmä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- **Logaritmin määritelmä**
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Määritelmä 1. Olkoon $k > 0$, $k \neq 1$.

$$y = k^x \Leftrightarrow x = \log_k y, \quad y > 0.$$

k -kantainen logaritmi luvusta y on eksponentti, johon kantaluku k on korotettava, jotta saataisiin tulokseksi y .

Seurauksena saadaan:

Logaritmin määritelmä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- **Logaritmin määritelmä**
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Määritelmä 1. Olkoon $k > 0$, $k \neq 1$.

$$y = k^x \Leftrightarrow x = \log_k y, \quad y > 0.$$

k -kantainen logaritmi luvusta y on eksponentti, johon kantaluku k on korotettava, jotta saataisiin tulokseksi y .

Seurauksena saadaan:

$$k^{\log_k y} = y$$

$$\log_k k^x = x$$

$$\log_k 1 = 0$$

$$\log_k k = 1$$

Logaritmin määritelmä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- **Logaritmin määritelmä**
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Määritelmä 1. Olkoon $k > 0$, $k \neq 1$.

$$y = k^x \Leftrightarrow x = \log_k y, \quad y > 0.$$

k -kantainen logaritmi luvusta y on eksponentti, johon kantaluku k on korotettava, jotta saataisiin tulokseksi y .

Seurauksena saadaan:

$$k^{\log_k y} = y$$

$$\log_k k^x = x$$

$$\log_k 1 = 0$$

$$\log_k k = 1$$

Logaritmin määritelmä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- **Logaritmin määritelmä**
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Määritelmä 1. Olkoon $k > 0$, $k \neq 1$.

$$y = k^x \Leftrightarrow x = \log_k y, \quad y > 0.$$

k -kantainen logaritmi luvusta y on eksponentti, johon kantaluku k on korotettava, jotta saataisiin tulokseksi y .

Seurauksena saadaan:

$$k^{\log_k y} = y$$

$$\log_k k^x = x$$

$$\log_k 1 = 0$$

$$\log_k k = 1$$

Logaritmin määritelmä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- **Logaritmin määritelmä**
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Määritelmä 1. Olkoon $k > 0$, $k \neq 1$.

$$y = k^x \Leftrightarrow x = \log_k y, \quad y > 0.$$

k -kantainen logaritmi luvusta y on eksponentti, johon kantaluku k on korotettava, jotta saataisiin tulokseksi y .

Seurauksena saadaan:

$$k^{\log_k y} = y$$

$$\log_k k^x = x$$

$$\log_k 1 = 0$$

$$\log_k k = 1$$

Esimerkkejä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- **Esimerkkejä**
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

1. $\log_3 27$

Esimerkkejä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- **Esimerkkejä**
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

1. $\log_3 27$

2. $\log_5 1$

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- **Esimerkkejä**
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Esimerkkejä

1. $\log_3 27$

2. $\log_5 1$

3. $\log_5 \frac{1}{25}$

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- **Esimerkkejä**
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Esimerkkejä

1. $\log_3 27$

2. $\log_5 1$

3. $\log_5 \frac{1}{25}$

4. $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}}$

Tärkeät kantaluvut

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- **Tärkeät kantaluvut**
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

- Luonnollinen logaritmi: $\log_e x = \ln x$
- Briggsin logaritmi: $\log_{10} x = \lg x$

Esimerkki. Sievennä $\ln \frac{1}{\sqrt{e}}$

Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä

- Esimerkki
- Logaritmfunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- **Esimerkkejä:**
logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

1. $\log_3 x = 4$

2. $\log_x 9 = 2$

3. $10^x = 2$

4. $e^{-x} = 2$

Laskusäännöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 1. *Olkoon $a > 0$, $b > 0$, $k > 0$, $k \neq 1$.*

1. $\log_k ab = \log_k a + \log_k b$

Laskusäännöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 1. *Olkoon $a > 0$, $b > 0$, $k > 0$, $k \neq 1$.*

1. $\log_k ab = \log_k a + \log_k b$

2. $\log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b$

Laskusäännöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 1. *Olkoon $a > 0$, $b > 0$, $k > 0$, $k \neq 1$.*

1. $\log_k ab = \log_k a + \log_k b$

2. $\log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b$

3. $\log_k a^n = n \log_k a$

Laskusäännöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 1. *Olkoon $a > 0$, $b > 0$, $k > 0$, $k \neq 1$.*

1. $\log_k ab = \log_k a + \log_k b$
2. $\log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b$
3. $\log_k a^n = n \log_k a$
4. $\log_b a = \frac{\log_k a}{\log_k b}, \quad b \neq 1$

Esimerkkejä.

Laskusäännöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 1. *Olkoon $a > 0$, $b > 0$, $k > 0$, $k \neq 1$.*

1. $\log_k ab = \log_k a + \log_k b$
2. $\log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b$
3. $\log_k a^n = n \log_k a$
4. $\log_b a = \frac{\log_k a}{\log_k b}, \quad b \neq 1$

Esimerkkejä.

1. Esitä yhtenä logaritmina
 - a) $\log_3 2a + \log_3 5a^2$

Laskusäännöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 1. *Olkoon $a > 0$, $b > 0$, $k > 0$, $k \neq 1$.*

1. $\log_k ab = \log_k a + \log_k b$
2. $\log_k \frac{a}{b} = \log_k a - \log_k b$
3. $\log_k a^n = n \log_k a$
4. $\log_b a = \frac{\log_k a}{\log_k b}, \quad b \neq 1$

Esimerkkejä.

1. Esitä yhtenä logaritmina
 - a) $\log_3 2a + \log_3 5a^2$
 - b) $\log_4 8a - \frac{1}{2} \log_4 16a$

Esimerkkejä

- Esimerkki
- Logaritmfunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

2. Laske likiarvo luvulle $\log_2 3$.

Esimerkkejä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

2. Laske likiarvo luvulle $\log_2 3$.

3. Laske likiarvo luvulle 2^{5000} .

Esimerkkejä

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- **Laskusäännöt**
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

2. Laske likiarvo luvulle $\log_2 3$.

3. Laske likiarvo luvulle 2^{5000} .

4. Sievennä $\ln \frac{1}{\sqrt{e}}$

Eksponenttiyhtälöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 2. *Olkoon $a, b > 0$. silloin on*

$$a = b \Leftrightarrow \log_k a = \log_k b.$$

Eksponenttiyhtälöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- Logaritmiyhtälöt

Lause 2. *Olkoon $a, b > 0$. silloin on*

$$a = b \Leftrightarrow \log_k a = \log_k b.$$

Esimerkkejä.

1. $2^x = 3$
2. Maapallon väkiluku kasvaa 1,2% vuodessa. Monenko vuoden kuluttua väkiluku on kaksinkertainen, jos oletetaan, että vuotuinen väkiluvun kasvu säilyy samana.

Logaritmiyhtälöt

- Esimerkki
- Logaritmifunktio
- Logaritmin määritelmä
- Esimerkkejä
- Tärkeät kantaluvut
- Esimerkkejä: logaritmiyhtälöitä
- Laskusäännöt
- Eksponenttiyhtälöt
- **Logaritmiyhtälöt**

Esimerkkejä.

1. $2 \log_9(x + 2) = 1$

2. $\ln x + \ln(2x + 3) = 0$

3. $\ln(x - 2) - \ln(2x + 1) = 1$