

# Kertaustehtäviä 1

- Tutki seuraavan funktion kulkua:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

- Laske origon etäisyys paraabelista  $2y = 4 - x^2$ . (Vast.  $\sqrt{3}$ )
- Suoran ympyrälieriönmuotoisen astian pohjan halkaisija on 20 cm. astian korkeus on yli 20 cm. astian pohjalle asetetaan pallo ja astiaan kaadetaan vettä, kunnes pallo juuri ja juuri peittyy. Minkä kokoisen pallon peittäminen vaatii eniten vettä? Vastaus millimetrin tarkkuudella. (Vast.  $r=7,1$  cm)

# Kertaustehtäviä 2

- Olkoon  $f(x) = ax + 1$  ja  $g(x) = x^2$ . Määritä vakio  $a$  niin, että  $(g \circ f)(-2) = 1$ . (Vast.  $a=0$  tai  $a=1$ )
- Määritä funktion  $f(x) = x(4 - x)^3$  ääriarvot ja arvojoukko. (Vast. Maksimi 27,  $A_f = ] - \infty, 27]$ )
- Osoita, että funktiolla  $f(x) = x^3 + 3x + 2$  on käänteisfunktio. Määritä  $f^{-1}(-2)$  ja  $(f^{-1})'(-2)$ . (Vast.  $f^{-1}(-2) = -1$ ,  $(f^{-1})'(-2) = \frac{1}{6}$ )
- Olkoon funktio  $f(x) = \frac{x-1}{2+x}$ ,  $x < -2$ . Osoita, että funktiolla on käänteisfunktio ja määritä sen lauseke. (Vast.  $f^{-1}(x) = \frac{1+2x}{1-x}$ ,  $x > 1$ )

# Kertaustehtäviä 3

- $8x + 2\sqrt{1-x} = 5$  (Vast.  $x = \frac{7}{16}$ )
- $\sqrt{x+2} < |x|$  (Vast.  $-2 \leq x < -1$  tai  $x > 2$ )
- $\sqrt{1+x^2} > x$  (Vast.  $x \in \mathbb{R}$ )
- Määritä funktion  $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x^2}$  derivaatan nollakohdat. (Vast.  $x = -\frac{1}{2}$ )
- Osoita, että funktio  $f(x) = -e^{-x} + x + 1$  on aidosti kasvava reaalilukujen joukossa.
- Määritä funktion  $f(x) = e^{2x}$  kuvaajalle kohtaan  $x = 0$  piirretyn tangentin ja normaalin yhtälöt. (Vast.  $y = 2x + 1, y = -\frac{1}{2}x + 1$ )
- MT8 tehtävä 102 sivulta 45

# Kertaustehtäviä 4

- Mitkä ovat funktion  $f(x) = \frac{4x^2+1}{x}$  kuvaajan **a)** vaakasuorien, **b)** suoran  $y = 3x$  suuntaisten tangenttien yhtälöt? (Vast. a)  $y = 4$  tai  $y = -4$ , b)  $y = 3x + 2$  tai  $y = 3x - 2$ )